

## АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ КИМ ЕГЭ ПО УЧЕБНОМУ ПРЕДМЕТУ «МАТЕМАТИКА (ПРОФИЛЬНЫЙ УРОВЕНЬ)»

### 1.1. Краткая характеристика КИМ по учебному предмету

В 2024 году на основе представленного варианта 328 КИМ по профильной математике можно отметить, что *изменилась* структура КИМ:

- в первую часть КИМ включено задание по геометрии (задание 2), проверяющее умения определять координаты точки, вектора, производить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами.

- часть 1 КИМ начинается с заданий 1-3 по геометрии (включая задание 2 на векторы), затем следует блок заданий 4-5 по теории вероятностей, а затем идут задания 6-12 по алгебре (включая уравнения и неравенства, функции и начала анализа);

- часть 2 КИМ, как и в прошлые годы состоит из 7 заданий (тригонометрическое уравнение с отбором корней, задача по стереометрии, неравенство, задача с экономическим содержанием, задача по планиметрии, задача с параметрами, задача по теории чисел).

По сравнению с КИМ 2023 года за счет включения задания №2 (векторы) *изменились* количество заданий и нумерация задач с 1 по 19:

- часть 1 включает задачи №1-№12;

- часть 2 включает задачи №13-№19.

Таже в 2024 году увеличилось количество задач базового уровня: добавилась задача базового уровня №2 (Задача на координаты и векторы на нахождение длины вектора по координатам). По остальным задачам уровень сложности остался без изменений.

Таким образом, в 2024 году 7 задач базового уровня (№1, №2, №3, №4, №6, №7, №8), 10 задач повышенного уровня (№5, №9-№17), 2 задачи высокого уровня (№18, №19).

В 2023 году было 6 задач базового уровня (№1, №2, №3, №6, №7), 10 задач повышенного уровня (№4, №8-№16), 2 задачи высокого уровня (№17 и №18).

Содержание заданий имеет изменения, но соответствует утвержденной спецификации и уровням сложности.

Б-базовый, П -повышенный, В – высокий

*Таблица 1*

Уровень сложности	2023 Содержание заданий	Уровень сложности	2024 Содержание заданий
-------------------	----------------------------	-------------------	----------------------------

Уровень сложности	2023 Содержание заданий	Уровень сложности	2024 Содержание заданий
Б	№1 Планиметрическая задача на нахождение площади параллелограмма	Б	№1 Планиметрическая задача на нахождение угла в четырехугольнике, вписанного в окружность
		Б	№2 Задача на координаты и векторы на нахождение длины вектора по координатам
Б	№2 Стереометрическая задача на нахождение объема конуса, вписанного в цилиндр	Б	№3 Стереометрическая задача на нахождение объема прямоугольного параллелепипеда по его элементам
Б	№3 Простейшая задача на вероятность	Б	№4 Простейшая задача на вероятность
П	№4 Задача по теории вероятностей на умение применять формулы умножения вероятностей	П	№5 Задача на вероятность на умение применять формулы сложения и умножения вероятностей
Б	№5 Показательное уравнение	Б	№6 Иррациональное уравнение
Б	№6 Логарифмическое выражение	Б	№7 Тригонометрическое выражение
Б	№7 Задача на нахождение по графику функции количества точек, в которых производная отрицательна	Б	№8 Исследование графика производной функции и нахождение наименьшего значения функции на промежутке
П	№8 Нахождение элементов из формулы с физическим содержанием	П	№9 Нахождение элементов из формулы с физическим содержанием
П	№9 Текстовая задача на работу труб в резервуаре	П	№10 Текстовая задача на работу мастеров
П	№10 Нахождение значения функции в точке по графику показательной функции	П	№11 Нахождение значения функции в точке по графику показательной функции
П	№11 Исследование функции с помощью производной на определение наибольшего значения функции на отрезке	П	№12 Исследование функции, содержащей логарифмы, с помощью производной и нахождение точки максимума
П	№12 Тригонометрическое уравнение с отбором корней	П	№13 Тригонометрическое уравнение с отбором корней
П	№13 Стереометрическая задача на	П	№14 Стереометрическая задача на доказательство и

Уровень сложности	2023 Содержание заданий	Уровень сложности	2024 Содержание заданий
	доказательство и вычисление в прямой треугольной призме		вычисление в правильной треугольной пирамиде
П	№14 Логарифмическое неравенство	П	№15 Показательное неравенство
П	№15 Задача с экономическим содержанием на кредиты	П	№16 Задача с экономическим содержанием на кредиты
П	№16 Планиметрическая задача на доказательство и вычисление в ромбе	П	№17 Планиметрическая задача на доказательство и вычисление в пятиугольнике, вписанного в окружность
В	№17 Система уравнений с параметрами	В	№18 Система уравнений с параметрами
В	№18 Задача по теории чисел	В	№19 Задача по теории чисел

В 2024 году комплекс умений и навыков по предмету изменился за счет добавления задания №2 по геометрии:

- 3 задания на умение использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни (задания №5, 9, 16);
- 1 задание на умение выполнять вычисления и преобразования (задание №7);
- 4 задания на умение решать уравнения и неравенства (задания №6, 13, 15, 18);
- 3 задание на умение выполнять действия с функциями (задания №8, 11, 12);
- 5 заданий на умение выполнять действия с геометрическими фигурами (задания №1, 2, 3, 14, 17);
- 3 задания на умение строить и исследовать математические модели (задания №4, 10, 19).

Задания включают содержательные разделы «Алгебра и начала математического анализа» – 12 заданий; «Геометрия» – 5 заданий и «Вероятность и статистика» – 2 задания.

*Изменения в структуре и содержании КИМ.*

1. Число заданий увеличено до 19. В работу включено задание по геометрии (задание 2), проверяющее умения определять координаты точки, вектора, производить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами.
2. Максимальный первичный балл увеличен с 31 до 32 баллов.
3. Увеличилось количество задач базового уровня: добавилась задача №2 (Задача на координаты и векторы на нахождение длины вектора по координатам). По остальным задачам уровень сложности остался без изменений

Основным содержательным новшеством КИМ 2024 г. по профильной математике можно считать введение задания 2 базового уровня на векторы.

## 1.2. Анализ выполнения заданий КИМ

### 1.2.1. Статистический анализ выполнения заданий КИМ в 2024 году

#### Основные статистические характеристики выполнения заданий КИМ в 2024 году

Таблица 2

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Республике Саха (Якутия) в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе, не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
1	Геометрия. Фигуры на плоскости / Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	Б	70,3	16,6	64,3	86,6	96,4
2	Геометрия. Координаты и векторы/ Уметь выполнять действия координатами и векторами	Б	79,0	27,2	74,6	94,8	99,2
3	Геометрия. Многогранники/ Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	Б	83,0	32,8	82,0	95,5	99,2
4	Вероятность / Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Б	96,4	77,9	97,4	100,0	100,0

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Республике Саха (Якутия) в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе, не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
5	Вероятность и статистика. Вероятность. / Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	П	47,6	10,2	33,8	65,3	80,9
6	Уравнения и неравенства. Иррациональные уравнения / Умение решать уравнения с помощью различных приёмов	Б	97,2	81,7	99,1	99,3	100,0
7	Числа и вычисления. Преобразование выражений / Уметь выполнять вычисления и преобразования	Б	55,0	6,4	34,7	81,6	96,8
8	Применение производной к исследованию. Функций. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке / Уметь выполнять действия с функциями	Б	39,0	4,3	21,5	58,5	78,5
9	Задачи с прикладным содержанием. Целые и дробно-рациональные уравнения / Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	П	57,7	4,3	41,0	83,2	95,2

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Республике Саха (Якутия) в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе, не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
10	Текстовые задачи / Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	П	61,3	8,1	47,1	84,3	96,4
11	Функции и графики. Показательная функция, их свойства и графики / Уметь выполнять действия с функциями	П	68,5	8,5	55,1	94,3	99,6
12	Начала математического анализа. Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы / Уметь выполнять действия с функциями	П	50,5	2,1	32,3	75,5	89,2
13	Уравнения и неравенства. Тригонометрические уравнения/ Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов	П	34,5	0,2	4,8	61,0	95,4
14	Геометрия. Многогранники. Прямые и плоскости в пространстве/ Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	П	3,4	0,0	0,3	1,6	21,9

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Республике Саха (Якутия) в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе, не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
15	Уравнения и неравенства. Показательное неравенство/ Умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов	П	18,8	0,0	1,1	23,0	85,5
16	Задача с экономическим содержанием /Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	П	22,7	0,4	4,7	30,8	82,9
17	Геометрия. Фигуры на плоскости/ Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами	П	5,0	0,0	0,7	2,2	32,3
18	Уравнения и неравенства. Функции и графики. Системы с параметром/умение решать уравнения, неравенства и системы с параметром	В	1,2	0,0	0,0	0,5	8,4

Номер задания в КИМ	Проверяемые элементы содержания / умения	Уровень сложности задания	Процент выполнения задания в Республике Саха (Якутия) в группах участников экзамена с разными уровнями подготовки				
			средний, %	в группе, не преодолевших минимальный балл, %	в группе от минимального до 60 т.б.	в группе от 61 до 80 т.б.	в группе от 81 до 100 т.б.
19	Числа и вычисления. Уравнения и неравенства. Множества и логика/ умение приводить примеры и контрпримеры, проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений. Уметь строить и исследовать математические модели	В	22,5	4,4	13,7	25,9	60,4

**Выявление сложных для участников ЕГЭ заданий**

*Диаграмма 1*

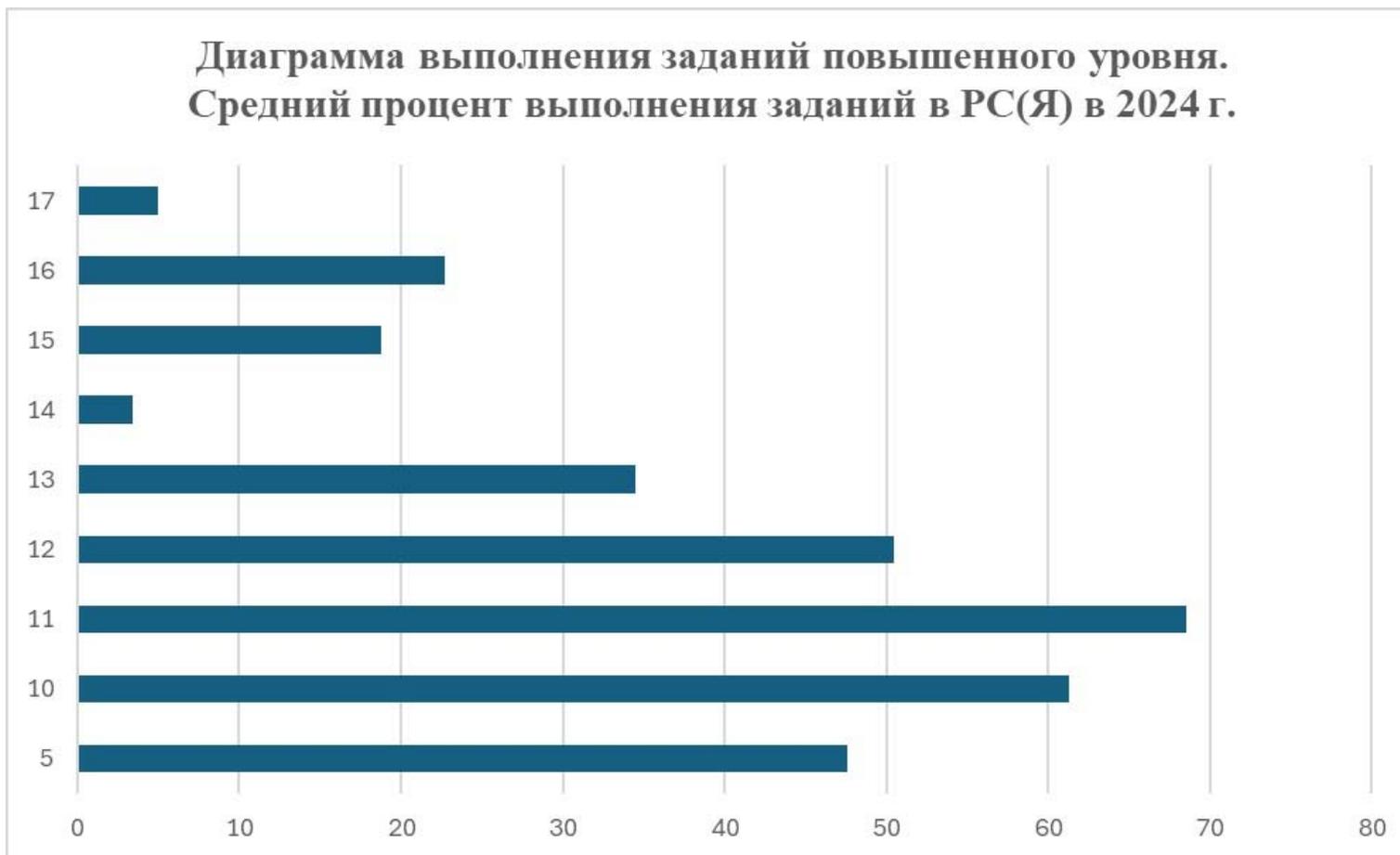


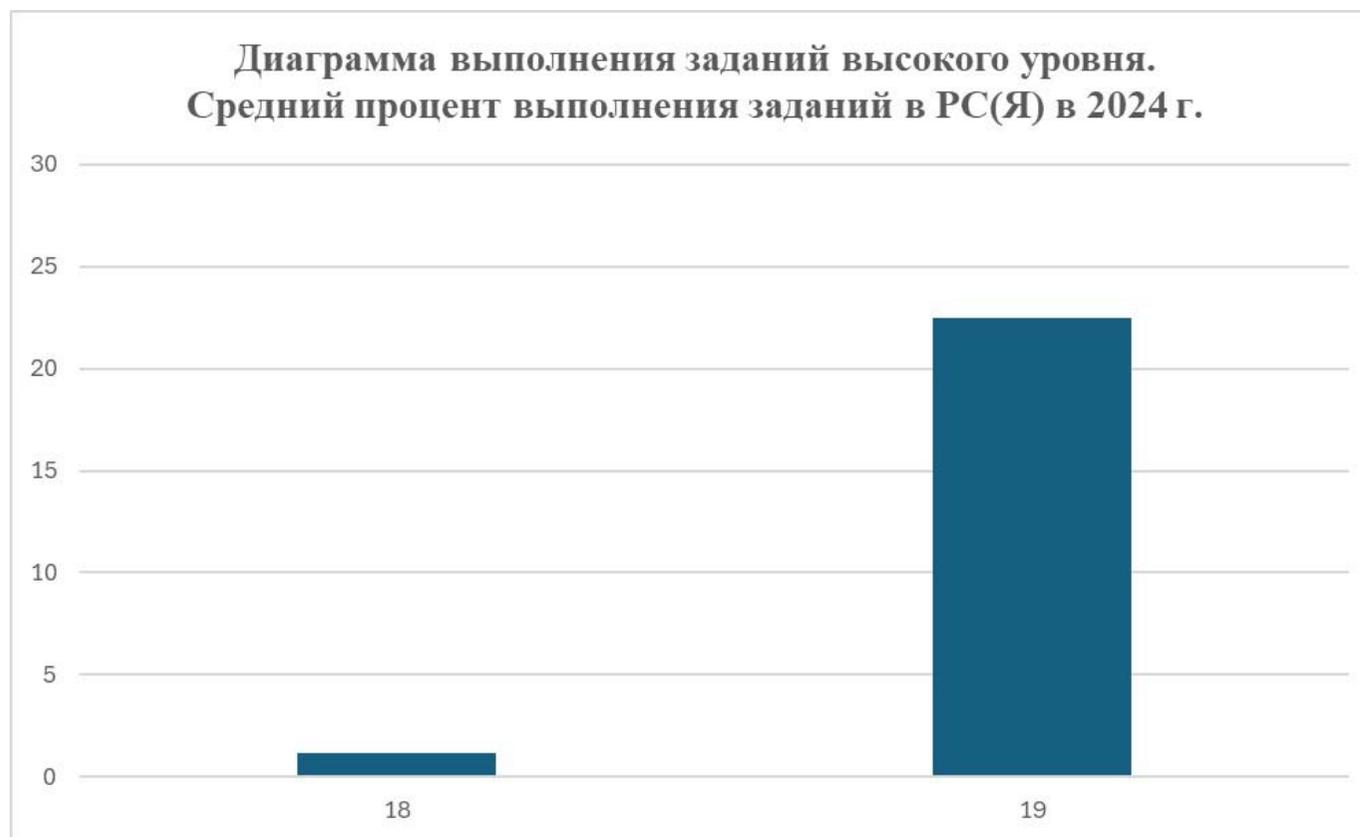
Диаграмма 2



*Задания базового уровня (с процентом выполнения ниже 50%)*

Статистический анализ выполнения участниками заданий базового уровня свидетельствует о том, что с процентом выполнения ниже 50% (в среднем) выполнено только задание № 8 (39%, умение выполнять действия с функциями), т.е. это задание оказалось для участников сложным.





*Задания повышенного и высокого уровня (с процентом выполнения ниже 15%)*

Статистический анализ выполнения участниками заданий повышенного и высокого уровня свидетельствует о том, что с процентом выполнения ниже 15% (в среднем) выполнены следующие задания:

- №14 (3,4%, умение выполнять действия с геометрическими фигурами);
- № 17 (5%, умение выполнять действия с функциями);
- №18 (1,2%, умение решать уравнения и неравенства с параметром).

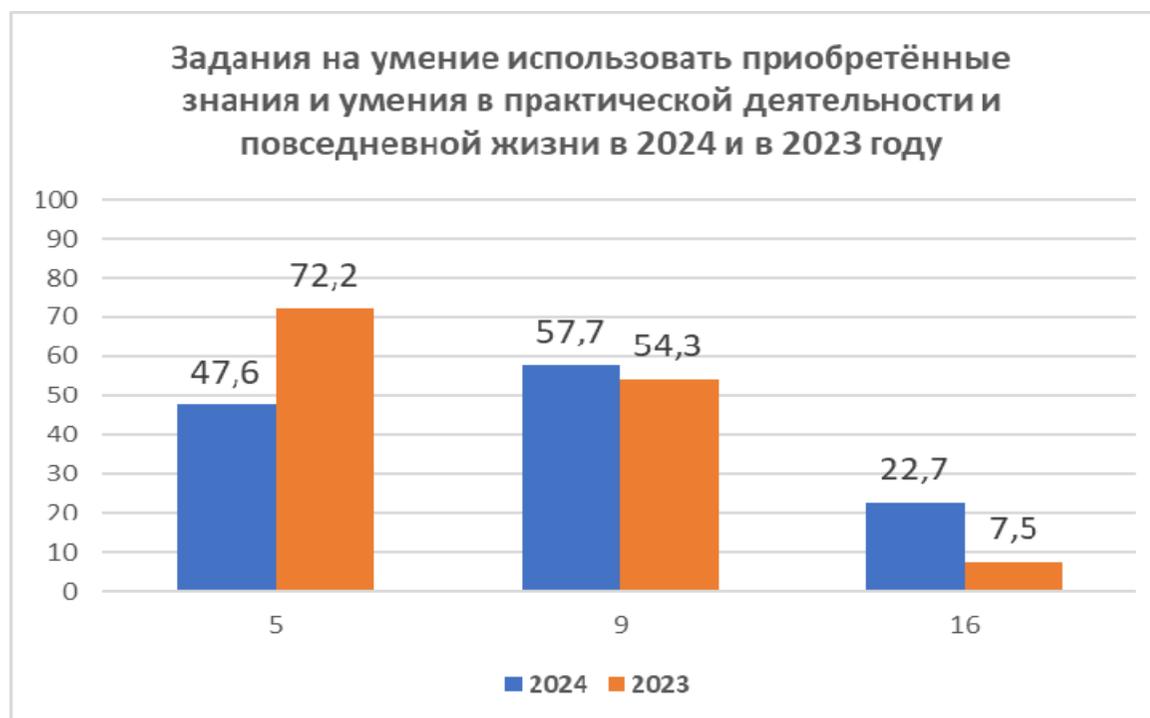
Таким образом, эти задания оказались для участников сложными.

Для более детального выявления сложных задач для участников по отдельным группам проанализируем выполнение заданий по следующим умениям:

- использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни (задания №5, 9, 16);
- выполнять вычисления и преобразования (задание №7);
- решать уравнения и неравенства (задания №6, 13, 15, 18);
- выполнять действия с функциями (задания №8, 11, 12);
- выполнять действия с геометрическими фигурами (задания №1, 2, 3, 14, 17);
- 3 задания на умение строить и исследовать математические модели (задания №4, 10, 19).

### Задания на умение использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни

Диаграмма 5



По заданиям на умение **использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни** (задания № 5, 9, 16) было выявлено следующее:

- все задания №5, 9, 16 были повышенного уровня сложности и выполнены в 2024 году с результатом выше 15%;

- низкий результат в 2024 году зафиксирован по заданию №16 (текстовые задачи из области управления личными и семейными финансами). Процент выполнения составил 22,7%;
- высокий результат в текущем году показан по заданию №9 (задания с прикладным содержанием с решением математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни). Процент выполнения составил 57,7%;
- наблюдаются изменения в сравнении с 2023 годом: снижение показателей в выполнении задания № 5 на 24,6% (сложная вероятность, в 2024 году 47,6%, в 2023 году - 72,2%); повышение показателей по заданию № 9 на 3,4% (задания с прикладным содержанием, 2024г. - 57,7%, 2023г. – 54,3%), по заданию №16 на 27,5% (текстовая задача из области управления личными и семейными финансами, 2024 г. 22,7%, 2023 г. – 7,5%).

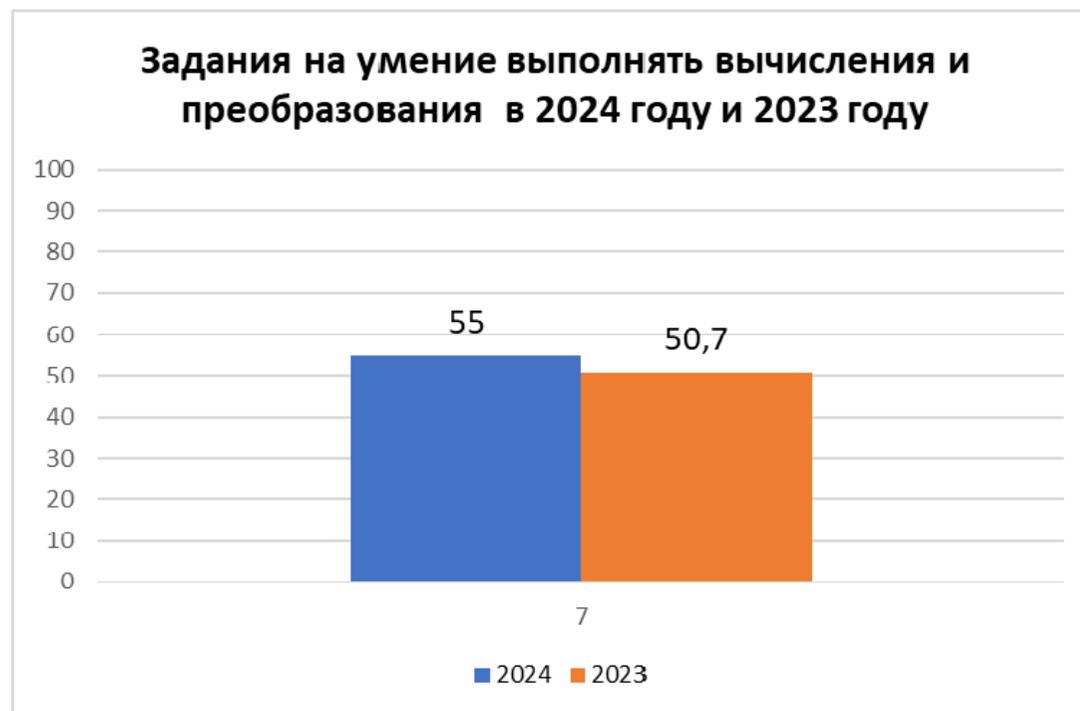
При выполнении заданий № 5, 9, 16 выделены группы участников, для которых показатели выполнения менее 15%. Для них эти задания оказались сложными, что говорит о несформированности в достаточной степени требований основной образовательной программы среднего общего образования (см. нижеследующую таблицу 3).

Таблица 3

Уровень сложности, % выполнения	В группе, не преодолевших минимальный балл, %	В группе от минимального до 60 т.б.,%	Несформированные в достаточной степени требования основной образовательной программы среднего общего образования на основе изменённого в 2022 г. ФГОС
П, менее 15%	№5 (10,2%)		Умение оперировать понятиями: случайный опыт и случайное событие, вероятность случайного события; умение вычислять вероятность; применять формулы сложения и умножения вероятностей; оценивать вероятности реальных событий
П, менее 15%	№9 (4,3%)		Применять уравнения решения математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни
П, менее 15%	№16 (0,4%)	№16 (4,7%)	Умение решать текстовые задачи из области управления личными и семейными финансами; составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов

### Задания на умение выполнять вычисления и преобразования

Диаграмма 6



По заданиям на умение выполнять вычисления и преобразования было выявлено следующее:

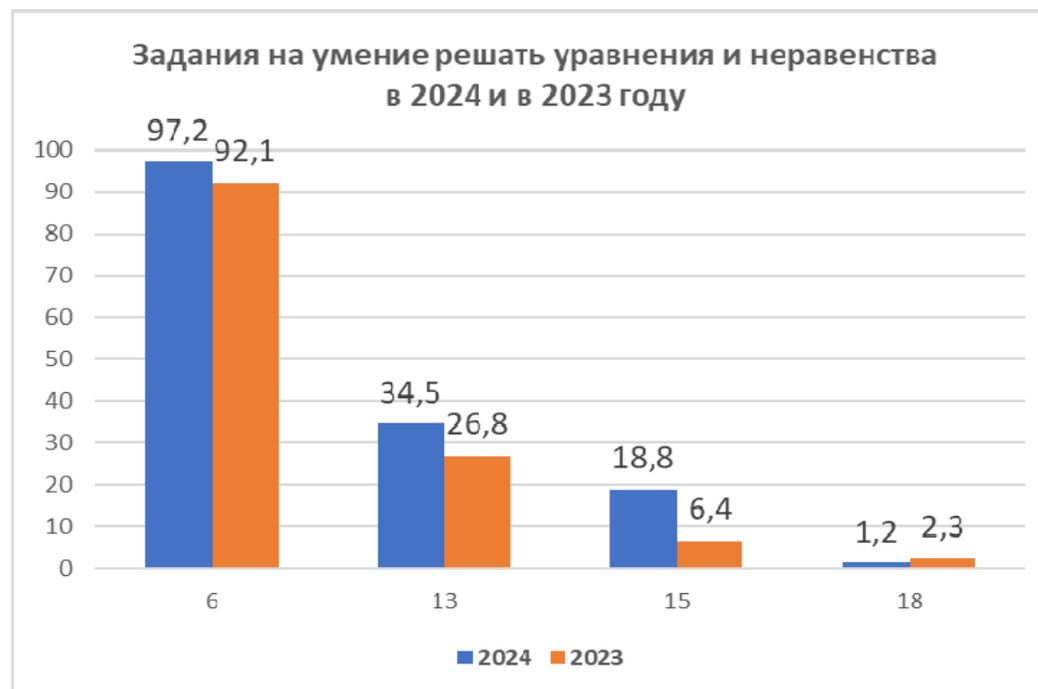
- задание №7 было базового уровня сложности и выполнено в 2024 году с результатом выше 50%;
- наблюдается изменение в сравнении с 2023 годом: повышение показателей по выполнению задания № 7 на 4,3% (вычисление значений тригонометрических выражений, 2024 - 55%, 2023 – 50,7%).

При выполнении задания №7 выявлены группы, у которых показатели выполнения менее 50%. Для них эти задания оказались сложными и по ним выявлены несформированные в достаточной степени требования основной образовательной программы среднего общего образования (см. нижеследующую таблицу 4).

*Таблица 4*

Уровень сложности, % выполнения	В группе, не преодолевших минимальный балл, %	В группе от минимального до 60 т.б.,%	в группе от 61 до 80 т.б.	Несформированные в достаточной степени требования основной образовательной программы среднего общего образования на основе изменённого в 2022 г. ФГОС
Б, менее 50%	№7 (39%)	№7 (4,3%)	№7 (21,5%)	Умение выполнять вычисление значений тригонометрических выражений

**Задания на умение решать уравнения и неравенства**



По заданиям на умение **решать уравнения и неравенства (задания №6, 13, 15, 18)** было выявлено следующее:

- задания №6 базового уровня сложности выполнено в 2024 году с результатом выше 50%, №13, 15 – повышенного уровня с результатом выше 15%, №18 высокого уровня сложности с результатом ниже 15%;
- низкий результат в 2024 году зафиксирован по заданию №18 (задача с параметром). Процент выполнения составил 1,2%;
- высокий результат в текущем году показан по заданию №6 (иррациональное уравнение). Процент выполнения составил 97,2%;
- наблюдаются изменения в сравнении с 2023 годом: снижение показателей по заданию № 18 на 1,1% (задача с параметрами, в 2024 году 1,2 %, в 2023 году – 2,3%); повышение показателей по заданию № 6 на 5,1% (иррациональное уравнение, 2024 – 97,2%, 2023 – 92,1%), по заданию №13 на 7,7% (тригонометрическое уравнение, в 2024 году - 34,5%, в 2023 году – 26,8%), по заданию №15 на 12,4% (показательное неравенство, в 2024 году - 18,8%, в 2023 году – 6,4%).

При выполнении заданий №13, 15 выявлены группы, у которых показатели выполнения менее 15%. Для них эти задания оказались сложными и по ним выявлены несформированные в достаточной степени требования основной образовательной программы среднего общего образования (см. нижеследующую таблицу 5).

Таблица 5

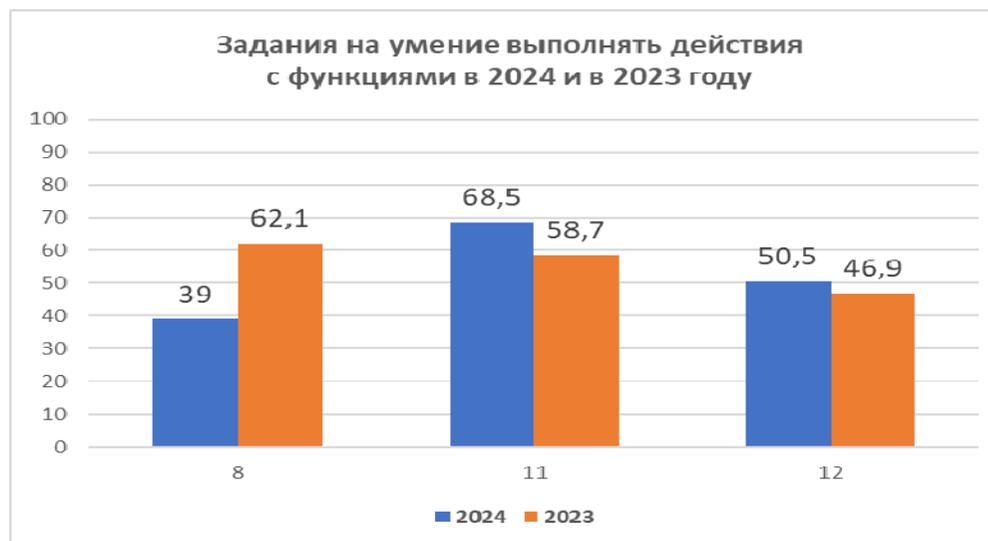
Уровень сложности, % выполнения	В группе, не преодолевших минимальный балл, %	Несформированные в достаточной степени требования основной образовательной программы среднего общего образования на основе изменённого в 2022 г. ФГОС
П, менее 15%	№13 (0,2%)	Умение оперировать понятиями: тригонометрические уравнения и неравенства; умение оперировать понятиями: уравнение, неравенство, равносильность уравнений, неравенств и систем; умение решать уравнения, неравенства приёмов
П, менее 15%	№15 (0%)	Умение оперировать понятиями: рациональные, показательные уравнения и неравенства; умение оперировать понятиями: неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем; умение решать уравнения, неравенства и системы с помощью различных приёмов

При выполнении задания высокого уровня №18 (умение решать уравнения, неравенства и системы с параметрами, диапазон выполнения от 0%-8,4%) ни одна из групп не перешла порог 15% (см нижеследующую таблицу 6). Для всех групп это задание оказалось сложным.

Таблица 6

Уровень сложности, % выполнения	ниже минимального	от минимального балла до 60 баллов	от 61 до 80 баллов	от 81 до 100 баллов	Несформированные в достаточной степени требования основной образовательной программы среднего общего образования на основе изменённого в 2022 г. ФГОС
В, менее 15%	0,0%	0,0%	0,5%	8,4%	умение решать уравнения, неравенства и системы с параметрами

### Задания на умение выполнять действия с функциями



По заданиям на умение **выполнять действия с функциями (задания № 8, 11, 12)** было выделено следующее:

- задание №8 было базового уровня сложности выполнено в 2024 году с результатом выше 50%, №11, 12 – повышенного уровня с результатом выше 15%.
- низкий результат в 2024 году зафиксирован в выполнении задания №8 (задача с графиком производной). Процент выполнения составил 39%;
- высокий результат в текущем году показан по заданию №11 (работа с графиком показательной функции). Процент выполнения составил 68,5%;
- наблюдаются изменения в сравнении с 2023 годом: снижение показателей по заданию № 8 на 23,1% (задача с графиком производной, в 2024 году - 39 %, в 2023 году – 62,1%); повышение показателей по заданию № 11 на 9,8% (работа с графиком показательной функцией, 2024 – 68,5%, 2023 – 58,7%), по заданию №12 на 11,6% (исследование функции с помощью производной, в 2024 году 50,5%, в 2023 году – 46,9%).

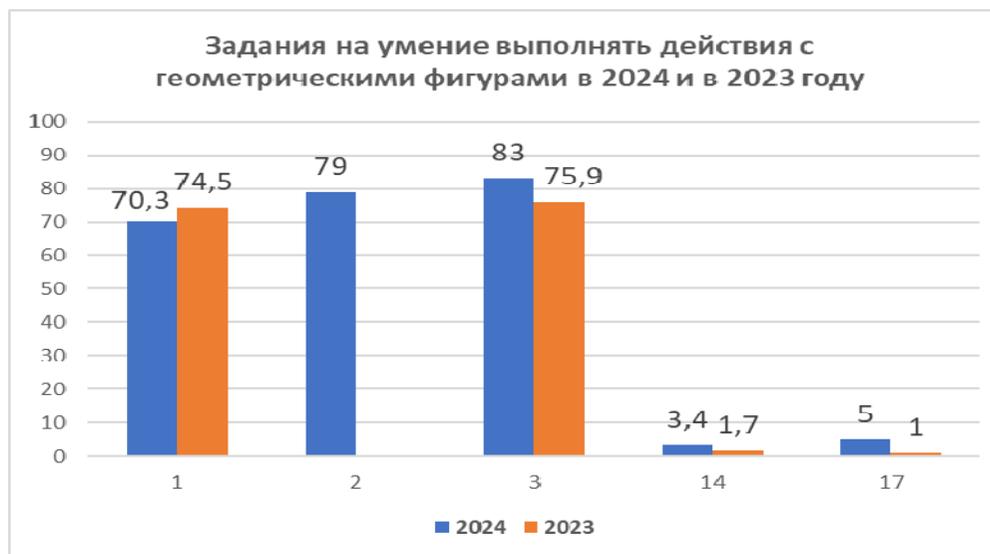
При выполнении задания базового уровня №8 выявлены группы, у которых показатели выполнения менее 50% и при выполнении заданий повышенного уровня №11,12 выявлены группы, у которых показатели выполнения менее 15%. Для них эти задания оказались

сложными и по ним выявлены несформированные в достаточной степени требования основной образовательной программы среднего общего образования (см. нижеследующую таблицу).

Таблица 7

Уровень сложности, % выполнения	В группе не преодолевших минимальный балл, %	В группе от минимального до 60 т.б., %	Несформированные в достаточной степени требования основной образовательной программы среднего общего образования на основе изменённого в 2022 г. ФГОС
Б, менее 50%	№8 (4,3%)	№8 (21,5%)	Умение находить наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке с помощью исследования графика производной функции. Уметь выполнять действия с функциями
П, менее 15%	№11 (8,5%)		Умение оперировать понятиями: график функции показательная функция; умение строить графики изученных функций. Умение находить значения показательной функции, изображенной на рисунке
П, менее 15%	№12 (2,1%)		Умение оперировать понятиями: функция, монотонность функции, экстремум функции, умение находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функций, находить наибольшие и наименьшие значения функций

### **Задания на умение выполнять действия с геометрическими фигурами**



По заданиям на умение выполнять действия с геометрическими фигурами (задания № 1, 2, 3, 14, 17) было выделено следующее:

- задания №1, 2, 3 базового уровня сложности выполнены в 2024 году с результатом выше 50%, №14, 17 – повышенного уровня в 2024 году с результатом ниже 15%.
- по заданиям базового уровня низкий результат в 2024 году зафиксирован при выполнении задания №1 (задача по планиметрии). Процент выполнения составил 70,3%;
- по заданиям базового уровня высокий результат в текущем году показан по заданию №3 (работа с многогранником). Процент выполнения составил 83%;
- задания повышенного уровня №14 и 17 оказались наиболее сложными, проценты выполнения 3,4% и 5% соответственно;
- наблюдаются изменения в сравнении с 2023 годом: снижение показателей по заданию № 1 на 23,1% (задача по планиметрии, в 2024 году 70,3 %, в 2023 году – 74,5%); повышение показателей по заданию № 3 на 9,8% (работа с многогранником, 2024 – 83%, 2023 – 75,9%), по заданию №14 на 1,7% (стереометрическая задача, в 2024 году 3,4%, в 2023 году – 1,7%), по заданию №17 на 4% (планиметрическая задача, в 2024 году 5%, в 2023 году – 1%).

При выполнении задания базового уровня №1, 2, 3 выявлены группы, у которых показатели выполнения менее 50%, и при выполнении заданий повышенного уровня №14, 17 выявлены группы, у которых показатели выполнения менее 15%. Для них эти задания оказались сложными и по ним выявлены несформированные в достаточной степени требования основной образовательной программы среднего общего образования (см. нижеследующую таблицу).

Таблица 8

Уровень сложности, % выполнения	В группе, не преодолевших минимальный балл, %	В группе от минимального до 60 т.б.,%	В группе от 61 до 80 т.б.	Несформированные в достаточной степени требования основной образовательной программы среднего общего образования на основе изменённого в 2022 г. ФГОС
Б, менее 50%		№1 (16,6%)		Умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии
Б, менее 50%		№2 (27,2%)		Умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, вектор, координаты точки, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, умение находить длину вектора
Б, менее 50%		№3 (32,8%)		Умение оперировать понятиями: многогранник, параллелепипед, объём прямоугольного параллелепипеда
П, менее 15%	№14 (3,4%)	№14 (0,3%)	№14 (1,6%)	Умение оперировать понятиями: правильный многогранник, пирамида, умение изображать многогранники, умение применять свойства геометрических фигур, умение доказывать и определять соотношения между элементами пирамиды
П, менее 15%	№17 (5%)	№17 (0,7%)	№17 (2,2%)	Умение использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии

**Задания на умение строить и исследовать математические модели**

Диаграмма 10



По заданиям на умение строить и исследовать математические модели (задания №4, 10, 16, 19) было выделено следующее:

- задание №4 базового уровня сложности выполнены в 2024 году с результатом выше 50%, задания №10, 16 – повышенного уровня, №19 – высокого уровня в 2024 году с результатами ниже 15%.
- по заданиям повышенного уровня высокий результат в текущем году показан по заданию №10 (текстовая задача на работу). Процент выполнения составил 61,3%;
- задание высокого уровня №19 (задача по теории чисел) выполнено на достаточно хорошем уровне с процентом 22,5%;
- наблюдаются изменения в сравнении с 2023 годом: повышение показателей по заданиям № 4 на 14% (задача по вероятности, 2024 – 96,4%, 2023 – 82,4%), в задании №10 на 0,9% (текстовая задача на работу, 2024 - 61,3%, 2023 – 60,4%), в задании №16 на 15,2% (экономическая задача, 2024 - 22,7%, 2023 – 7,5%), задании №16 на 15,2% (экономическая задача, 2024 - 22,7%, 2023 – 7,5%) задании №19 на 7,1% (задача по теории чисел, 2024 - 22,5%, 2023 – 15,4%).

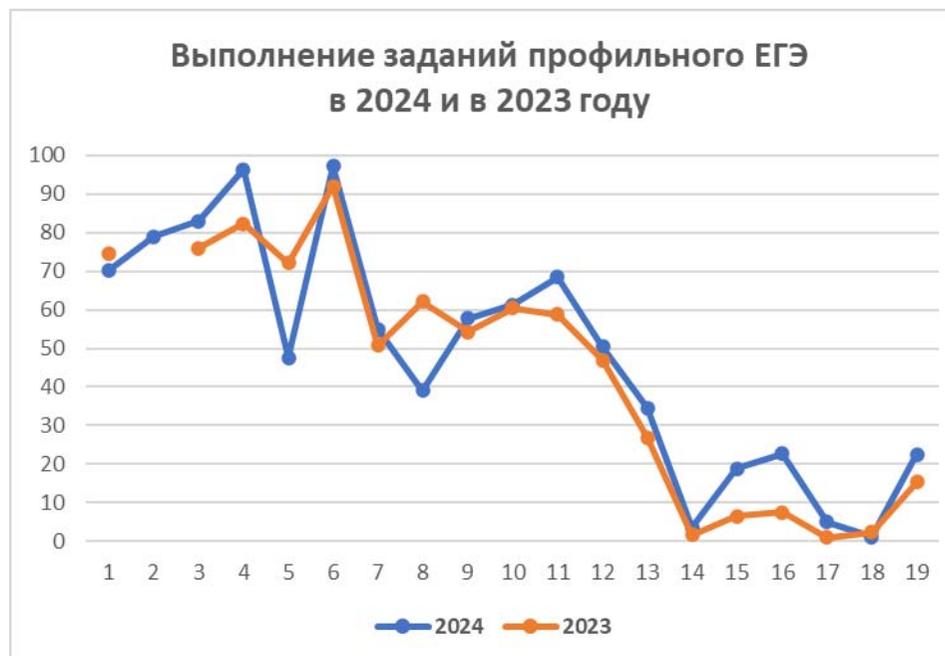
При выполнении задания повышенного уровня №10,19 выявлены группы, у которых показатели выполнения менее 15%. Для них эти задания оказались сложными и по ним выявлены несформированные в достаточной степени требования основной образовательной программы среднего общего образования (см. нижеследующую таблицу 9).

Таблица 9

Уровень сложности, % выполнения	В группе не преодолевших минимальный балл, %	В группе от минимального до 60 т.б., %	Несформированные в достаточной степени требования основной образовательной программы среднего общего образования на основе изменённого в 2022 г. ФГОС
П, менее 15%	№10 (8,1%)		Умение решать текстовые задачи на работу; составлять уравнения по условию задачи, исследовать полученное решение и оценивать правдоподобность результатов
В, менее 15%	№19 (4,4%)	№19 (13,7%)	Владение методами доказательств, алгоритмами решения задач; проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений

## Прочие результаты статистического анализа

Диаграмма 11

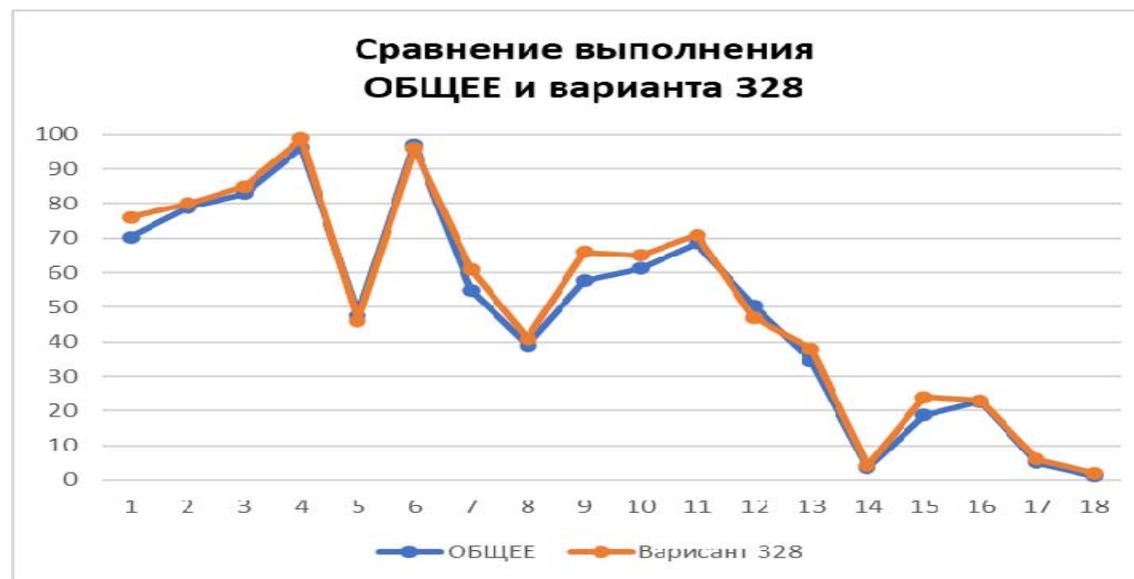


Выполнение заданий в 2024 и 2023 г.г. показали *небольшие различия* в сторону улучшения по восьми заданиям: №6, 7, 9, 10, 12, 13, 14, 17; в сторону ухудшения по двум задачам: №1, 18. *Более существенные изменения* в сторону улучшения наблюдаются в выполнении шести задач: №3, 4, 11, 15, 16, 19; в сторону ухудшения в выполнении двух задач: №5, 8.

Задание 2 на векторы в 2024 году было новым.

## 1.2.2. Содержательный анализ выполнения заданий КИМ

Диаграмма 12

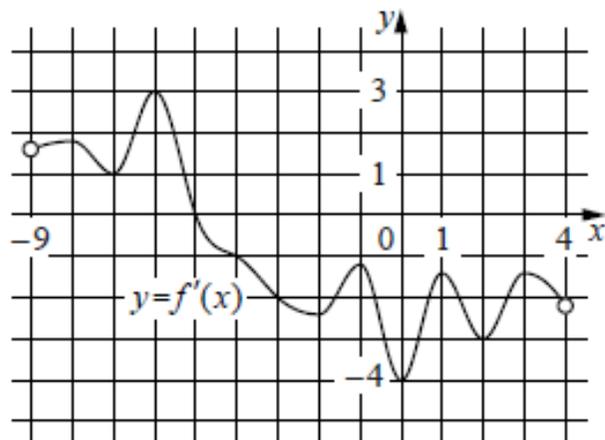


Незначительные различия в выполнении в ОБЩЕМ по всем вариантам и представленного варианта 328 наблюдаются в заданиях № 1, 7, 9, 15.

*Обратим внимание на выполнение выявленных сложных для участников ЕГЭ заданий (средний по региону процент выполнения заданий базового уровня ниже 50%, средний по региону процент выполнения заданий повышенного и высокого уровня ниже 15%).*

**Задание № 8.** Задача базового уровня на умение находить наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке с помощью исследования графика производной функции.

На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-9; 4)$ . В какой точке отрезка  $[-2; 3]$  функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение?



Данное задание вошло в список сложных заданий, процент выполнения - 39%, также задание вызвало сложности в группе, не преодолевших минимальный балл - 4, 3%, в группе, получивших баллы от минимального до 60 баллов - 21,5%.

Веера ответов в данном варианте показали, что только 41% верно получили ответ 3, 27% получили ответ 0. Участники не учли, что изображен график производной, а далее нашли не наименьшее значение, а точку минимума функции. 13% также не увидели, что изображен график функции.

Вывод. В заданиях данного типа выпускникам необходимо владеть теоретическим материалом по теме «Производная функции», уметь работать с графиком, определять различия между графиком функции и графиком производной данной функции, находить зависимость между свойствами монотонности функции и знаком производной на интервалах.

**Задание №14** Стереометрическая задача повышенного уровня на умение выполнять действия с геометрическими фигурами. В задании требовалось умение доказывать и определять соотношения между элементами правильной треугольной пирамиды.

14

В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  с основанием  $ABC$  точки  $M$  и  $K$  — середины рёбер  $AB$  и  $SC$  соответственно. На продолжении ребра  $SB$  за точку  $S$  отмечена точка  $R$ . Прямые  $RM$  и  $RK$  пересекают рёбра  $AS$  и  $BC$  в точках  $N$  и  $L$  соответственно, причём  $BL = 3LC$ .

- а) Докажите, что отрезки  $MK$  и  $NL$  пересекаются.  
 б) Найдите отношение  $AN : NS$ .

Данное задание вызвало затруднения не только у участников в среднем (3,4%), но и в группе, набравших баллы ниже минимального (0%), в группе от минимального до 60 баллов (0,3%), в группе от 61-80 баллов (1,6%).

Типичные ошибки:

- не доказано, что отрезки пересекаются, которые на самом деле являются диагоналями четырехугольника;
- неверное использование свойств подобных треугольников.

Вывод: В 8-9 классах обратить внимание на теоремы о средней линии треугольника, свойства подобных треугольников, на умение делать дополнительные построения, развивать геометрическое видение различных конструкций.

В 11 классах более детально изучать признаки расположения прямых в пространстве и различные задачи, связанные с правильной треугольной пирамиды.

**Задание №17 Планиметрическая задача** повышенного уровня на умение выполнять действия с геометрическими фигурами.

Пятиугольник  $ABCDE$  вписан в окружность. Диагонали  $AD$  и  $BE$  пересекаются в точке  $M$ . Известно, что  $BCDM$  — параллелограмм.

- а) Докажите, что  $BC = DE$ .  
 б) Найдите длину стороны  $AB$ , если известно, что  $DE = 4$ ,  $AD = 7$ ,  $BE = 8$  и  $AB > BC$ .

Задание вызвало затруднения у участников в среднем (5%), а также и в группе, набравших баллы ниже минимального (0%), в группе от минимального до 60 баллов (0,7%), в группе от 61-80 баллов (2,2%).

В задании требовалось умение доказывать соотношения и вычислять геометрические величины и соотношения в пятиугольнике, вписанного в окружность, свойства подобных треугольников.

Типичные ошибки:

-нет достаточных обоснований, что отрезки  $BC$  и  $DE$  равны, а они являлись боковыми сторонами равнобедренную трапеции, вписанной в окружность.

Вывод: в 8-9 классах обратить особое внимание на свойства вписанных углов в окружность, на свойства параллелограмма и трапеции. На уроках следует учить различным способам решения геометрических задач.

### Задача 18.

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x + ay + a - 2 = 0, \\ x|y| + x - 2 = 0 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Задание вызвало затруднения у участников в среднем (5%), а также и в группе, набравших баллы ниже минимального (0%), в группе от минимального до 60 баллов (0,7%), в группе от 61-80 баллов (2,2%).

Типичные ошибки:

1. При графическом решении недостаточно обосновано построение гиперболы и прямых.
2. При аналитическом способе не рассмотрены случаи с параметром  $a$ .

Вывод. При обучении решению задач с параметрами, особенно в классах продвинутого уровня, можно исходить из рекомендаций учителей, достигающих высоких результатов.

Например, в 5 классах начинать вводить уравнения вида  $2x=a$ , в 6 классе – уравнения вида  $ax=4$ , в 7 классе уравнения вида  $ax=a$ . Рассматривать такие типы уравнений в 5-7 классах небольшими рассуждениями, без подробных рассмотрений.

В 8 классе уже основательно рассматривать уравнения вида  $ax=4$ ,  $ax=a$  или типа  $ax=a(a-1)$ . В этом классе можно вводить первоначальные подходы к квадратным уравнениям  $ax^2+bx+c=0$ .

В 9 классах уже основательно подходить к уравнениям вида  $ax=v$  и квадратным уравнениям с параметрами.

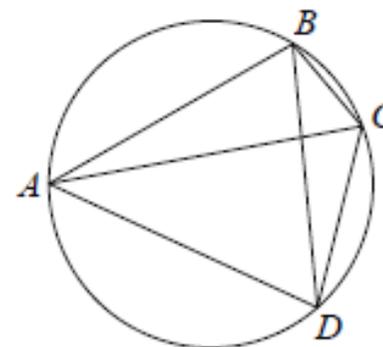
В 10 классах рекомендуется вводить дробно-рациональные уравнения с параметрами.

В 11 классе уравнения с параметрами смешанных видов и способов решения

*Далее рассмотрим выполнение заданий, которые не попали в список заданий, явившихся для участников экзамена сложными (средний по региону процент выполнения заданий базового уровня выше 50%, средний по региону процент выполнения заданий повышенного и высокого уровня выше 15%).*

**Задание № 1.** Планиметрическая задача базового уровня на умение находить угол в четырехугольнике, вписанного в окружность.

Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABD$  равен  $62^\circ$ , угол  $CAD$  равен  $41^\circ$ . Найдите угол  $ABC$ . Ответ дайте в градусах.



Данное задание оказалось сложным в группе, не преодолевших минимальный балл -16,6%.

Веера ответов показали, что 2% участников в данном варианте 328 допустили самый неверный распространенный ответ 77. Данный неверный ответ возможно связан с тем, что участники предположили, что данные углы связаны с углом 180 градусов. Т.е. искомый угол они нашли так:  $180-62-41=77$ , что в корне неверно.

Вывод: у данных участников нет понимания что такое вписанный угол в окружность и его свойства. Для формирования умения использовать при решении задач изученные факты и теоремы планиметрии предлагается в 8 классе усилить теоретическую базу и практику решения задач, связанных с понятиями центральный, вписанный угол, умения видеть вписанные углы в различных геометрических фигурах, вписанных в окружность.

**Задание № 2.** Новая геометрическая задача базового уровня на умение оперировать понятиями: прямоугольная система координат, вектор, координаты точки, координаты вектора, сумма векторов, произведение вектора на число, длина вектора.

Даны векторы  $\vec{a}(31; 0)$  и  $\vec{b}(1; -1)$ . Найдите длину вектора  $\vec{a} - 24\vec{b}$ .

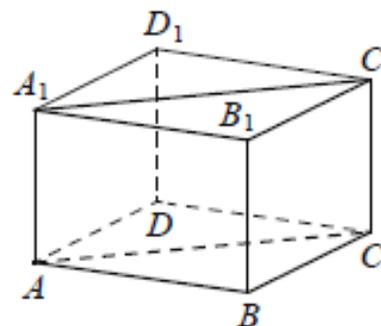
Данное задание оказалось сложным в группе, не преодолевших минимальный балл – 27,2%.

Веера ответов по данному варианту показали, что 80% определили верный ответ 25. 8% верно нашли координаты вектора (7; 24), но далее просто нашли сумму координат, посчитав, что это и есть длина вектора и получили неверный ответ 31. 3% не смогли верно найти координаты искомого вектора из-за ошибок, связанных с действиями положительных и отрицательных чисел. Также допускались ошибки при нахождении значения под корнем и извлечения числа из под корня.

Вывод: В 2024 году эта задача впервые появилась и ранее на нее не обращали должного внимания. В 8-9 классах следует обратить внимание на раздел «Векторы», а именно на базовые умения выполнять действия с векторами: сложение, умножение на число, длина вектора, скалярное произведение, угол между векторами, находить координаты вектора по изображению на координатной плоскости. В 5-7 классах следует добиваться прочных знаний при действиях с положительными и отрицательными числами, действиями возведения в квадрат и извлечения корня из числа.

**Задание №3.** Геометрическая задача базового уровня на умение оперировать понятиями: многогранник, параллелепипед, объем прямоугольного параллелепипеда.

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $AB = 8$ ,  $BC = 7$ ,  $AA_1 = 6$ . Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, C, A_1, B_1, C_1$ .



Данное задание оказалось сложным в группе, не преодолевших минимальный балл – 32,8%.

Все ра ответов по данному варианту показали, что 85% определили верный ответ 168. 2% верно нашли объем параллелепипеда, но не определили объем искомого многогранника. В данном случае, участники должны были увидеть, что искомый объем – половина от объема параллелепипеда. 2% посчитали, что искомый объем четвертая часть объема параллелепипеда. 3% просто перемножили 2 измерения  $AB$  и  $BC$ , что свидетельствует о непонимании смысла объема многогранника.

Вывод: То, что именно в группе не преодолевших эта задача оказалась сложной, свидетельствует о недостаточных базовых знаниях о простом многограннике – параллелепипеде и его объеме. Первые понятия о прямоугольном параллелепипеде появляются еще в начальных классах. Задачи на нахождение объема встречаются в 5 классе. Понятно, что пробелы исходят именно отсюда. Также, в основной школе следует обратить внимание на обучение видеть элементы частей геометрических фигур на плоскости, в старших классах

частей стереометрических фигур. Тогда, можно было сразу увидеть призму, объем которой равен половине прямоугольного параллелепипеда.

**Задание № 4.** Задача базового уровня на вероятность на умение строить и исследовать простейшие математические модели.

**В сборнике билетов по химии 30 билетов, в девяти из них встречается вопрос по теме «Щёлочи». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по теме «Щёлочи».**

Все группы участников выполнили данное задание успешно, средний процент выполнения 96,4%. В данном варианте 99% верно получили ответ 0,7. 1% не нашли противоположную вероятность, т.е. не обратили внимания на слово «не достанется».

Вывод: Решение задачи напрямую связано с функциональной грамотность, т.е. умение верно прочитать вопрос задачи и подсчитать искомую вероятность.

**Задание № 5.** Задача повышенного уровня на вероятность по умению использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни.

**Помещение освещается тремя лампами. Вероятность перегорания каждой лампы в течение года равна 0,7. Лампы перегорают независимо друг от друга. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.**

Данное задание оказалось сложным в группе, не преодолевших минимальный балл – 10,2%.

Веера ответов показали, что в данном варианте 46% участников получили верный ответ 0,657. 11% получили неверный ответ 0,147, которое получено умножением чисел  $0,7 \times 0,7 \times 0,3$ . Это говорит о неверном понимании слов «хотя бы одна лампа не перегорит». Аналогичная ошибка: 6% получили ответ 0,027, которое получено умножением чисел  $0,3 \times 0,3 \times 0,3$ .

Вывод: В 7, 8, 9 классах следует обратить внимание на умение оперировать понятием независимые события, использовать комбинаторные методы исследования задачи, необходимо знать теоремы сложения и умножения вероятностей, выполнять действия над событиями, применять противоположное событие, умение применять комбинаторные факты и рассуждения для решения задач; оценивать вероятности реальных событий; составлять вероятностную модель и интерпретировать полученный результат.

**Задание № 6.** Задание базового уровня умение решать несложное иррациональное уравнение.

Найдите корень уравнения  $\sqrt{8x - 20} = 2$ .

Все группы участников выполнили данное задание успешно, средний процент выполнения в среднем 97,2%. В данном варианте 96% верно получили ответ 3.

Веера ответов также показали единичные неверные ответы -3 (неверное решение уравнения  $8x=24$ ), неверные ответы 4 (вычислительная ошибка  $24:8=4$ ), неверные ответы 2,75 (неверно возвели обе части в квадрат, т.е. получили  $8x-24=2$ ).

Вывод: Данное иррациональное уравнение достаточно простое, но ошибки были связаны с неверным решением несложного линейного уравнения и незнанием алгоритма решения простейшего иррационального уравнения. В 5-6 классов следует добиваться прочных знаний и умений решать простейшие линейные уравнения, в начальных классах добиваться прочного знания таблицы умножения; в 10-11 классах достигать уверенного решения базовых умений решать простейшие иррациональных уравнений и выполнять верную проверку полученного решения.

**Задание № 7** базового уровня на умение выполнять вычисление значений тригонометрических выражений.

Найдите значение выражения  $4\sqrt{3} \cos^2 \frac{23\pi}{12} - 4\sqrt{3} \sin^2 \frac{23\pi}{12}$ .

Данное задание оказалось сложным, в группе, не преодолевших минимальный балл – 6,4%, в группе, получивших баллы от минимального до 60 баллов – 34,7%.

Веера ответов по варианту 328 показали, что 60,7% получили верный ответ 6, кроме этого 8% получили ответ 1 (посчитали, что это основное тригонометрическое тождество и оно равно 1), 4% получили ответ - 6 (неверно нашли значение  $\cos(23\pi/6)$ ), также много других ответов 4; 2; 12; и т.д..

Вывод: Для успешного решения данных заданий необходимо хорошо уметь находить значения тригонометрических значений, представленных не только в градусах, но и в радианах, разбираться в знаках значений синуса и косинуса в четвертях тригонометрического круга. Необходимо знать основные тригонометрические формулы: основное тригонометрическое тождество, синус и косинус двойного угла. Учителям следует учить видеть в выражениях ту или иную формулу. В данном случае, формулу косинуса двойного угла можно увидеть, если общий коэффициент вынести за скобки.

**Задание № 9.** Данное задание повышенного уровня с физическим содержанием оказалось сложным в группе, не преодолевших минимальный балл – 4, 3%.

Мотоциклист, движущийся по городу со скоростью  $v_0 = 70$  км/ч, выезжает из него и сразу после выезда начинает разгоняться с постоянным ускорением  $a = 16$  км/ч<sup>2</sup>. Расстояние (в км) от мотоциклиста до города вычисляется по формуле  $S = v_0 t + \frac{at^2}{2}$ , где  $t$  — время в часах, прошедшее после выезда из города. Определите время, прошедшее после выезда мотоциклиста из города, если известно, что за это время он удалился от города на 123 км. Ответ дайте в минутах.

Веера ответов в данном варианте показали, что 66% верно получили ответ 90, 11% получили ответ 1,5 (участники не перевели 1,5 часа в 90 минут). Допускались вычислительные ошибки, неверно решались квадратные уравнения, сложно было извлечь квадратный корень из четырехзначного числа.

Вывод. Главное в задаче внимательно прочитать условие задачи и увидеть, что конкретно требуется найти. Такие задачи носят практико-ориентированный характер, следует в 8 классах обратить внимание на применение решения квадратных уравнений в задачах из реального мира.

**Задание № 10.** Текстовая задача на работу повышенного уровня сложности на умение строить и исследовать простейшие математические модели.

Данное задание повышенного уровня оказалось сложным в группе, не преодолевших минимальный балл – 8,1%.

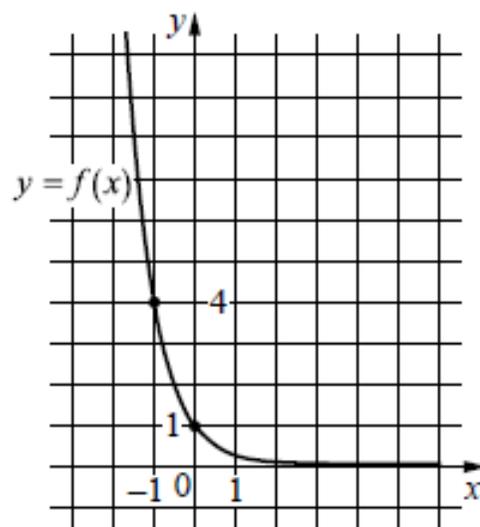
Один мастер может выполнить заказ за 40 часов, а другой — за 24 часа.  
За сколько часов выполнят этот заказ оба мастера, работая вместе?

Веера ответов в данном варианте показали, что 65% верно получили ответ 15, 11% получили ответ 32 (участники неверно посчитали как определять совместное время выполнения заказа, а именно сложили время каждого и разделили на 2). Допущены ошибки в составлении математической модели (уравнения), в решении дробно-рационального уравнения.

Вывод. В заданиях на составление математической модели в 7-9 классах следует отрабатывать умение верно считывать условие, на основе этого верно составить уравнение, решить его, оценить полученный результат и вписать ответ.

**Задание № 11.** Задание повышенного уровня сложности на умение выполнять действия с функциями. Данное задание повышенного уровня оказалось сложным в группе, не преодолевших минимальный балл – 8,5%.

На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = a^x$ . Найдите значение  $f(-2)$ .



Веера ответов в данном варианте показали, что 71% верно получили ответ 16, 4% получили ответ 1, что говорит о неумении верно найти значение убывающей показательной функции, используя координаты точек графика. В задаче используется умение решать линейных уравнений.

Вывод. В заданиях для формирования умения выполнять действия с функциями, следует в 7-9 классах учить строить и читать графики функций, находить значения функций по графику в различных точках, с помощью аппарата алгебры в 10-11 классах рассматривать указанные вопросы на материале показательных, логарифмических функций.

**Задание № 12.** Задача повышенного уровня на умение выполнять действия с функциями из раздела алгебры и начал анализа.

## Найдите точку максимума функции $y = \ln(x - 2) - 5x + 13$ .

Данное задание повышенного уровня оказалось сложным в группе, не преодолевших минимальный балл – 2,1%.

Веера ответов показали, 48% дали верный ответ 2,2. 8% за точку минимума неверно приняли значение, где подлогарифмическое выражение равно 0. Часть участников взяли за точку минимума – отрицательные числа, а в этих точках логарифм не существует.

Вывод: В 10-11 классах следует грамотно обучать умению оперировать понятиями: функция, монотонность функции, экстремум функции, умению находить производные элементарных функций; умение использовать производную для исследования функций, находить наибольшие и наименьшие значения функций.

**Задание № 13.** Задание повышенного уровня с развернутым ответом на умение решать тригонометрическое уравнение и выполнять отбор корней на отрезке.

Типичные ошибки пункта а):

1. Неправильное использование формулы приведения.
2. Неверное решение простейших тригонометрических уравнений.
3. Незнание значений тригонометрических углов.
4. Сокращение выражения на тригонометрическую функцию, тем самым теряется группа корней.
5. Потеря множителя при применении формулы двойного угла.

Типичные ошибки пункта б):

Участники экзамена, верно решившие уравнение, ошибаются в отборе корней, при этом часть участников, получив верный ответ в отборе, забывают, что в заданиях части б) необходимо привести обоснованное решение задачи, и ограничивается только указанием корней, принадлежащих отрезку, что оценивается в 0 баллов за второй пункт. Способ отбора может быть любым: математически корректным и обоснованным как с помощью окружности, так и прямой или неравенств. Но в каждом из этих способов должны быть указаны ключевые элементы решения.

При отборе корней на тригонометрической окружности не указываются конца заданного отрезка или не верно выделяется заданная область.

На тригонометрической окружности указываются дополнительные или не верные углы, которые не входят в заданную область. Не обоснованно записываются сразу ответы в пункте б).

Вывод. В 10-11 классах следует обратить внимание на методы решения тригонометрических уравнений различными методами, акцентировав внимание на следующие: метод группировки, на использование формул приведения при решении, метод замены переменной и приведение к квадратному уравнению, метод разложения на множители. Также следует добиваться прочных знаний и умений решать простейшие тригонометрические уравнения, а также использования основных тригонометрических формул: основного тригонометрического тождества и формул двойного аргумента.

**Задание №15.** Задание повышенного уровня на умение решать показательное неравенство.

Решите неравенство  $\frac{4^x - 3 \cdot 2^{x+1} + 4}{2^x - 5} + \frac{3 \cdot 2^{x+1} - 46}{2^x - 8} \leq 2^x + 5.$

В последние годы, особенно в связи с задачами ЕГЭ, всё большую популярность приобретает так называемый обобщённый метод интервалов. Название метода стихийно возникло в учительской среде и не является общеупотребительным термином. Суть сводится к решению уравнения и определению знаков функции произвольного вида (не обязательно рациональной) на интервалах знакопостоянства. К сожалению, школьники, даже понимая суть метода, часто не могут грамотно описать последовательность своих действий и теряют логику рассуждений, пытаясь повторить решение по памяти или по аналогии с похожими примерами, которые они решали раньше, и, как следствие, допускают грубые ошибки.

Типичные ошибки:

1. Ошибки в расстановке знаков на координатной прямой. Нули найдены верно, но при расстановке знаков на координатной прямой допущены ошибки.
2. Отбрасывание знаменателя и, как следствие, потеря части корней.
3. Неравносильный переход от дробно-рационального неравенства к системе неравенств.
4. Находят нули дробно-рационального неравенства относительно переменной  $t$  далее возвращаются к замене  $t = 2^x$ , находят корни переменной  $x$ , и на координатной оси расставляют знаки, не обосновав откуда они появились. В решении допускают вычислительные ошибки из-за неумения приводить к общему знаменателю. В ответе исключают правильное решение  $x = 1$  или наоборот, включают неверное решение  $x = 3$  или  $x = \log_2 5$ .

Вывод. В 8-9 классов акцентировать внимание на умение оперировать понятиями: неравенство, система уравнений и неравенств, равносильность уравнений, неравенств и систем; умение решать линейные, квадратные, рациональные неравенства и системы с помощью различных приёмов, в том числе с помощью метода интервалов. В 10-11 классах отрабатывать умения оперировать понятиями:

рациональные, показательные неравенства. При решении неравенств акцентировать внимание на метод замены переменной, метод интервалов, а также на решение простейших показательных неравенств.

**Задача 16.** Задание повышенного уровня с экономическим содержанием на умение строить математическую модель и уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни.

В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на сумму 177 120 рублей.

Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается на 25 % по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей составит общая сумма платежей, если известно, что кредит будет полностью погашен четырьмя равными платежами (то есть за четыре года)?

Типичные ошибки:

1. Неверное построение математической модели, связанное с неверным определением формы кредитования.
2. Необоснованно сразу записывают уравнение.
3. Допускали вычислительную ошибку.
4. Ошибки в преобразованиях математической модели, а именно в уравнении 4 степени.
5. Не до конца доводили ответ, то есть ответ оставляли в виде  $x = \frac{628}{1476} \cdot 177120$ .

Вывод. Такие задачи связаны с текстовыми практико-ориентированными задачами на проценты, с которыми обучающиеся встречаются еще в основной школе, в частности, с правилом представления процента в виде обыкновенной дроби и нахождения процента от числа.

Рекомендуется в задачах на кредиты начинать с задач, когда кредит берется на 2, затем на 3 года.

Такие задачи могут быть разными: кредиты с равными платежами, кредиты, когда долг уменьшается равномерно, проценты могут меняться, количество лет кредитования может быть разным, платежи могут меняться. Также обычно неизвестными в разных случаях могут быть следующие: неизвестна первоначальная сумма кредита, неизвестны платежи или проценты, или количество лет кредитования. Все это необходимо учесть при решении таких задач. Рекомендуем такие задачи начинать рассматривать, начиная с 10 класса.

### **Задача 19. Задача высокого уровня сложности по теории чисел.**

Задание вызвало затруднения у участников в группе, набравших баллы ниже минимального (4,4%), в группе от минимального до 60 баллов (13,7%).

В пункте а) необходимо уметь приводить пример, удовлетворяющий условию задачи.

Задание позволяет участнику экзамена продемонстрировать уровень сформированности математической культуры, умение применять изученные методы в нестандартной ситуации решения задач, в которой главным компонентом является не преодоление технических сложностей, а поиск пути решения. Задача имеет исследовательский характер, требуя проводить доказательные рассуждения при решении задач, оценивать логическую правильность рассуждений. На ненулевой балл выполнило более половины участников экзамена, на полный балл – очень небольшой процент. Задача имеет очень высокий потенциал роста, для ее выполнения важны регулярное решение нетиповых заданий, акцент на развитие мышления, логики, а не только развитие технических навыков. Наиболее эффективно формировать такие навыки начиная с 5–6 класса. Первый пункт задачи имеет конструктивный характер и доступен многим участникам экзамена, поэтому последние годы задача стала приобретать популярность не только у наиболее сильной группы, но и у выпускников с недостаточной общей алгебраической подготовкой, но развитым логическим мышлением. Здесь важно, чтобы учитель верно сориентировал, показал на примерах, что первый пункт не требует специальных знаний – достаточно умения понять условие задачи, небольшой сообразительности и минимального терпения, чтобы обнаружить нужную математическую конструкцию. В старших классах и во время итогового повторения также необходимо решение разнообразных по тематике несложных нетиповых задач, которые имеются в достаточном количестве в банке ФИПИ, открытых банков массовых олимпиад (в том числе школьного этапа ВСОШ), обновленных школьных учебников, позволяющих интегрировать основное и дополнительное образования.

### **1.2.3. Анализ метапредметных результатов обучения, повлиявших на выполнение заданий КИМ**

Согласно ФГОС СОО, должны быть достигнуты не только предметные, но и метапредметные результаты обучения.

Метапредметные результаты освоения основной образовательной программы должны, в частности, отражать овладение универсальными учебными познавательными действиями: познавательные УУД (базовые логические действия, базовые исследовательские действия, работа с информацией), коммуникативные УУД (общение), регулятивными УУД (самоорганизация, самоконтроль).

В данном пункте рассмотрим выявленные **сложные для участников ЕГЭ задания базового уровня с процентом выполнения ниже 50%** - №8 (39%, умение выполнять действия с функциями) и заданий повышенного и высокого уровня с процентом выполнения ниже 15%

- №14 (3,4%, умение выполнять действия с геометрическими фигурами), № 17 (5%, умение выполнять действия с функциями), №18 (1,2%, умение решать уравнения и неравенства с параметром).

Укажем типичные ошибки при выполнении указанных заданий КИМ, обусловленные слабой сформированностью метапредметных результатов.

**Задание №8** базового уровня на умение выполнять действия с функциями вызвало затруднения не только у участников в среднем (3,4%), но и в группе, набравших баллы ниже минимального (4,3%), но и в группе от минимального до 60 баллов (21,5%).

В задании был изображен график производной функции, определенной на интервале, необходимо было определить в какой точке отрезка функция имеет наименьшее значение. Исследование графика производной функции и умение находить наименьшее значения функции на промежутке.

На успешность выполнения данного задания могла повлиять слабая сформированность следующих метапредметных умений:

- базовые логические умения: устанавливать существенный признак или основания для сравнения, и обобщения (не все понимали, что производная на указанном отрезке принимает только отрицательные значения, поэтому соответствующая функция убывает и наименьшее значение будет достигаться в правой конечной точке);

- базовые исследовательские действия: анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, критически оценивать их достоверность, прогнозировать изменение в новых условиях (в условии задания график производной задан на интервале, а надо ответить на вопрос на отрезке. Часть участников ответ дали на интервале. Очень важно перечитывать условие задачи, чтобы не допускать такие ошибки).

Рекомендации для учителей: при изучении исследований функций с помощью производной, строить не только графики функций, но и графики их производных и проводить соответствующие исследования. Также полезно по графику производной функции строить схематичный график самой функции и отвечать на соответствующие вопросы.

Например, графиком квадратичной функции является парабола, а соответствующая производная имеет график прямой. Если график квадратичной функции имеет точку максимума (вершина параболы), а на графике производной, т.е. прямой – это точка, где график при переходе через нее поменял знак с положительных значений на отрицательные.

**Задание №14** повышенного уровня на умение выполнять действия с геометрическими фигурами вызвало затруднения не только у участников в среднем (3,4%), но и в группе, набравших баллы ниже минимального (0%), в группе от минимального до 60 баллов (0,3%), в группе от 61-80 баллов (1,6%).

Это была стереометрическая задача с правильной треугольной пирамидой и умение доказывать и определять соотношения между элементами пирамиды.

**Задание №17** повышенного уровня на умение выполнять действия с геометрическими фигурами вызвало затруднения не только у участников в среднем (5%), но и в группе, набравших баллы ниже минимального (0%), в группе от минимального до 60 баллов (0,7%), в группе от 61-80 баллов (2,2%).

Это была планиметрическая задача на умение доказывать соотношения и вычислять геометрические величины и соотношения в пятиугольнике, вписанного в окружность, свойства подобных треугольников).

На успешность выполнения данных заданий по геометрии повышенного и высокого уровня сложности могли повлиять слабая сформированность комплекс следующих метапредметных умений:

- базовые логические умения: устанавливать существенный признак или основания для сравнения, и обобщения (в задании №14 надо было доказать, что если отрезки в пространстве являются диагоналями четырехугольника на плоскости, то они пересекаются, в задании №17 нужно было увидеть равнобедренную трапецию, вписанную в окружность);

- базовые исследовательские действия: анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, прогнозировать изменение в новых условиях (в заданиях №14 и 17 для доказательства геометрического факта необходимо было сделать дополнительное построение и уже в новой ситуации решать задачу);

- базовые исследовательские действия: выявлять причинно-следственные связи и актуализировать задачу, выдвигать гипотезу её решения, находить аргументы для доказательства своих утверждений (во многих геометрических задачах необходимо умение делить задачу на подзадачи и выполнять пошаговые действия);

- базовые исследовательские действия: ставить проблемы и задачи, допускающие альтернативные решения; выдвигать новые идеи, предлагать оригинальные подходы и решения (геометрические задачи повышенного и высокого уровня сложности позволяют решать нестандартными способами. Например, задачу №14 можно было решить координатно-векторным методом или применить теоремы Чевы и Менелая, задачу №17 можно было решать через введение угла и далее используя свойства выйти на другие углы пятиугольника);

- работа с информацией: владеть навыками получения информации из источников разных типов, самостоятельно осуществлять поиск, анализ, систематизацию и интерпретацию информации различных видов и форм представления (геометрические задачи основываются в решениях на теоремы и определения и свойства геометрических фигур в пространстве и на плоскости школьного курса. Так, в задании №14 необходимо знать свойства четырехугольника, признаки расположения прямых в пространстве, теоремы о средней линии треугольника, свойства подобных треугольников, в задании №17 надо знать свойства вписанных углов, свойства параллелограмма, трапеции, вписанного в окружность, свойства углов при параллельных прямых и секущей),

Рекомендации для учителей. При решении геометрических задач повышенного и высокого уровня сложности для формирования метапредметных умений предлагается: формировать умение выделять основную идею, ключевой момент доказательств утверждения, обратить внимание на умение верно делать дополнительные построения, которые помогут в решении задачи; учить делить задачу на

подзадачи для верного пошагового решения; рассматривать решения задач различными способами; добиваться у обучающихся осмысленного владения основными теоремами, свойствами геометрических фигур.

**Задание №18** высокого уровня на умение решать задачу с параметрами вызвало затруднения не только у участников в среднем (1,2%), но и в группе, набравших баллы ниже минимального (0%), в группе от минимального до 60 баллов (0%), в группе от 61-80 баллов (0,5%), в группе от 81-100 баллов (8,4%).

Это была задача на умение решать систему с параметром; умение выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций. На успешность выполнения данного задания могла повлиять слабая сформированность следующих метапредметных умений:

- базовые логические умения: самостоятельно формулировать и актуализировать проблему, рассматривать её всесторонне (участники не понимали условие задачи №18, что от них требуется и как сопоставить уравнения и вопрос задачи); определять цели деятельности, задавать параметры и критерии их достижения; вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям, оценивать риски последствий деятельности (те участники, которые поняли, что можно решать графическим способом, начали определять графики уравнений. Сложность возникла в построении графика уравнения, содержащего модуль и определении точки, через которую проходит прямая).

- базовые исследовательские действия: владеть навыками учебно-исследовательской, навыками разрешения проблем; умения анализировать полученные в ходе решения задачи результаты, прогнозировать изменение в новых условиях (после построения графиков уравнений на координатной плоскости нужно было исследовать случаи, когда графики будут иметь единственную точку пересечения; не все увидели, что единственное решение будет в случае касания прямой и части гиперболы);

- базовые исследовательские действия: ставить проблемы и задачи, допускающие альтернативные решения; выдвигать новые идеи, предлагать оригинальные подходы и решения (часть участников пыталась решить аналитически, при этом верно была решена только часть задания из-за сложных преобразований);

- работа с информацией: владеть навыками получения информации из источников разных типов, самостоятельно осуществлять поиск, анализ, систематизацию и интерпретацию информации различных видов и форм представления (в ходе решения задания требовалась высокая математическая культура рассуждений).

Рекомендации для учителей. При обучении решению задач с параметрами требуется систематическое формирование соответствующих умений начиная с основной школы. Предлагается начинать рассматривать с простейших задач с параметром при изучении линейной и квадратичной функций в основной школе. В старшей школе заниматься изучением основных способов решения задач с параметрами: графическим и аналитическим.

При решении всех заданий важно формирование функциональной математической грамотности, умения осмысленно читать текст задания; умения выбирать наиболее эффективные способы решения задач, корректировать свои действия, проводить оценку полученных результатов; умения оценивать правильность выполнения заданий, интерпретировать полученный результат, верно составлять математические модели по условию задачи, строить верно логические рассуждения, делать четкие и ясные выводы.

При решении всех заданий №1-19 важны:

- самоорганизация: самостоятельно составлять план решения проблемы с учётом имеющихся ресурсов, собственных возможностей и предпочтений; делать осознанный выбор, аргументировать его, брать ответственность за решение,

- самоконтроль: давать оценку новым ситуациям, вносить коррективы в деятельность, оценивать соответствие результатов целям.

Кроме этого для успешного решения заданий с развернутым ответом (№13-19) особенно необходимы не только хорошая математическая база, но и достаточно хороший уровень сформированности всех метапредметных результатов, в том числе умения проводить логические рассуждения, четко и грамотно излагать свои мысли, применять различные методы и приемы решения задач, в том числе нестандартные.

#### **1.2.4. Выводы об итогах анализа выполнения заданий, групп заданий:**

Модель профильного ЕГЭ-2024 стала естественным продолжением модели прошлых лет. В работу включено задание по геометрии (задание 2), проверяющее умения определять координаты точки, вектора, производить операции над векторами, вычислять длину и координаты вектора, угол между векторами.

Структура ЕГЭ позволяет участнику экзамена более эффективно организовать работу над заданиями за счет перегруппировки заданий по тематическим блокам. КИМ начинается с заданий по геометрии, затем следует блок заданий по элементам теории вероятностей, а затем идут задания по алгебре (включая уравнения и неравенства, функции и началам анализа).

*Перечень элементов содержания / умений и видов деятельности, усвоение которых всеми школьниками региона в целом можно считать достаточным*

#### **Задания базового уровня:**

Задание 1. Планиметрическая задача на умение находить угол в четырехугольнике вписанного в окружность (70,3%)

Задание 2. Задача на координаты и векторы на умение находить длину вектора по координатам (79,0%)

Задание 3. Стереометрическая задача на умение находить объем прямоугольного параллелепипеда по его элементам (83,0%)

Задание 4. Простейшая задача на вероятность на умение вычислять вероятность случайного события (96,4%)

Задание 6. Умение решать иррациональное уравнение с помощью различных приёмов (97,2%)

Задание 7. Умение выполнять вычисление значений и преобразования тригонометрического выражения (55,0%)

#### **Задания повышенного и высокого уровня**

Задание 5. Задача на вероятность на умение применять формулы сложения и умножения вероятностей (47,6%)

Задание 9. Умение определять время из формулы расстояния с использованием аппарата алгебры (57,7%)

Задание 10. Умение решать текстовые задачи на работу (61,3%)

Задание 11. Умение находить значения показательной функции, изображенной на рисунке (68,5%)

Задание 12. Умение исследовать функцию, содержащей логарифмы, с помощью производной и находить точку максимума (50,5%)

Задание 13. Умение решать тригонометрическое уравнение и выполнять отбор корней на отрезке (34,5%)

Задание 15. Умение решать показательное неравенство с помощью различных приёмов (18,8%)

Задание 16. Задача с экономическим содержанием и умение моделировать реальные ситуации на языке математики на умение составлять и исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры (22,7%)

Задание 19. Логическая задача на умение приводить примеры и контрпримеры, проводить доказательные рассуждения (22,5%)

*Перечень элементов содержания / умений и видов деятельности, усвоение которых всеми школьниками региона в целом, школьниками с разным уровнем подготовки нельзя считать достаточным*

#### **Задания базового уровня:**

Задание 8. Исследование графика производной функции и умение находить наименьшее значения функции на промежутке (39,0%)

#### **Задания повышенного и высокого уровня**

Задание 14. Стереометрическая задача с правильной треугольной пирамидой и умение доказывать и определять соотношения между элементами пирамиды (3,4%)

Задание 17. Планиметрическая задача на умение доказывать соотношения и вычислять геометрические величины и соотношения в пятиугольнике, вписанного в окружность (5,0%)

Задание 18. Умение решать систему с параметром; умение выражать формулами зависимости между величинами; использовать свойства и графики функций (1,2%).

***Выводы об изменении успешности выполнения заданий разных лет по одной теме/проверяемому умению, виду деятельности***

В 2024 году по сравнению с 2023 годом наблюдаются улучшения результатов в выполнении 16 из 19 задач:

- по заданиям на умение использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:
  - на 3,4% (2024 – 57,7%, 2023 – 54,3%) по задаче 9 (повышенный уровень, умение определять время из формулы расстояния с использованием аппарата алгебры);
  - на 15,2% (2024 – 22,7%, 2023 – 7,5%) по задаче 16 (повышенный уровень, задача с экономическим содержанием и умение моделировать реальные ситуации на языке математики на умение составлять и исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры).
- по заданиям на умение выполнять вычисления и преобразования:
  - на 4,3% (2024 – 55%, 2023 – 50,7%) по задаче 7 (базовый уровень, умение выполнять вычисление значений и преобразования тригонометрического выражения).
- по заданиям на умение решать уравнения и неравенства:
  - на 5,1% (2024 – 97,2%, 2023 – 92,1%) по задаче 6 (базовый уровень, умение решать иррациональное уравнение с помощью различных приёмов);
  - на 7,7% (2024 – 34,5%, 2023 – 26,8%) по задаче 13 (повышенный уровень, умение решать тригонометрическое уравнение и выполнять отбор корней на отрезке);
  - на 12,4% (2024 – 18,8%, 2023 – 6,4%) по задаче 15 (повышенный уровень, умение решать показательное неравенство с помощью различных приёмов).
- в заданиях на умение выполнять действия с функциями:
  - на 9,8% (2024 – 68,5%, 2023 – 58,7%) по задаче 11 (повышенный уровень, умение находить значения показательной функции, изображенной на рисунке);
  - на 7,7% (2024 – 34,5%, 2023 – 26,8%) по задаче 12 (повышенный уровень, умение решать тригонометрическое уравнение и выполнять отбор корней на отрезке);
  - на 3,6% (2024 – 50,5%, 2023 – 46,9%) по задаче 15 (повышенный уровень, умение исследовать функцию, содержащей логарифмы, с помощью производной и находить точку максимума).
- по заданиям на умение выполнять действия с геометрическими фигурами:

- на 7,1% (2024 – 83%, 2023 – 75,9%) по задаче 3 (базовый уровень, стереометрическая задача на умение находить объем прямоугольного параллелепипеда по его элементам);
- на 7,7% (2024 – 34,5%, 2023 – 26,8%) по задаче 14 (повышенный уровень, стереометрическая задача с правильной треугольной пирамидой и умение доказывать и определять соотношения между элементами пирамиды);
- на 4% (2024 – 5%, 2023 – 1%) по задаче 17 (повышенный уровень, планиметрическая задача на умение доказывать соотношения и вычислять геометрические величины и соотношения в пятиугольнике, вписанного в окружность).
  - по заданиям на умение строить и исследовать математические модели:
    - на 14% (2024 – 96,4%, 2023 – 82,4%) по задаче 4 (базовый уровень, простейшая задача на вероятность на умение вычислять вероятность случайного события);
    - на 0,9% (2024 – 61,3%, 2023 – 60,4%) по задаче 10 (повышенный уровень, умение решать текстовые задачи на работу);
    - на 15,2% (2024 – 22,7%, 2023 – 7,5%) по задаче 16 (повышенный уровень, задача с экономическим содержанием);
    - на 7,1% (2024 – 22,5%, 2023 – 15,4%) по задаче 19 (высокий уровень, логическая задача на умение приводить примеры и контрпримеры, проводить доказательные рассуждения).

***Выводы о связи динамики результатов проведения ЕГЭ с использованием рекомендаций для системы образования Республики Саха (Якутия) и системы мероприятий, включенных с статистико-аналитические отчеты о результатах ЕГЭ по учебному предмету в предыдущие 2-3 года.***

Рекомендации по совершенствованию организации и методики преподавания предмета в Республике Саха (Якутия) на основе выявленных типичных затруднений и ошибок по итогам ЕГЭ по профильной математике 2024 г. были успешно применены.

Также проведены все мероприятия методической поддержки изучения учебных предметов в 2023-2024 уч.г. на региональном уровне, в том числе в ОО с аномально низкими результатами, организована трансляция эффективных педагогических практик ОО с наиболее высокими результатами, проведены планируемые диагностические работы.

Дополнительно в течение года, с октября по май, республика приняла участие в Дальневосточном проекте по повышению качества образования, в котором были организованы семинары по подготовке к базовому и профильному ЕГЭ, проведены дополнительно 3 диагностические работы. Этот проект был совмещен с проектом «Продвижение+», реализуемой по линии кафедры физико-математического образования ИРОиПК РС(Я). При поддержке Главы Республики Саха (Якутия) в ИРОиПК был организован Учебный центр по работе с обучающимися с низкими показателями.

Все эти мероприятия и проекты привели к тому, что результаты ЕГЭ улучшились по сравнению с итогами 2023 г.:

- средний бал увеличился на 8,2 балла;

- доля участников, не сдавших экзамен, по сравнению с прошлым годом сократилась на 3,4 %;
- доля участников, получивших на экзамене от минимального до 60 баллов, существенно сократилась на 10,1% по сравнению с прошлым годом;
- доля участников, получивших на экзамене от 61 до 80 б., в текущем году по сравнению с показателем 2023 года увеличилась на 2,8%;
- значительно увеличилась доля участников, получивших на экзамене 81-99 б., что выше показателей 2023 года на 10,3%.

В 2024 году по сравнению с 2023 годом наблюдаются улучшение результатов по результатам выполнения 16 задач из 19, в том числе в 11 задачах повышенного уровня и в 1 задаче высокого уровня сложности.