

**РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ОБРАЗОВАНИЯ  
РЕСПУБЛИКИ САХА (ЯКУТИЯ)  
Математика профильного уровня**

**1. Рекомендации по совершенствованию организации и методики преподавания математики профильного уровня в Республике Саха (Якутия) на основе выявленных типичных затруднений и ошибок**

**1.1. ... по совершенствованию преподавания учебного предмета всем обучающимся**

*Учителям, методическим объединениям учителей.*

- В учебном процессе необходимо реализовывать деятельностный подход в преподавании математики, предполагающий предъявление материала не только в знаниевой, но и в деятельностной форме, целенаправленно развивать универсальные учебные действия учащихся в соответствии с требованиями стандарта образования.

- При подготовке к итоговой аттестации необходимо опираться на следующие содержательные разделы курса математики: Алгебра, Уравнения и неравенства, Функции, Начала математического анализа, Геометрия, Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей.

- При отборе материала уроков опираться на комплекс умений по предмету: использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни; выполнять вычисления и преобразования; решать уравнения и неравенства; выполнять действия с функциями; выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами; строить и исследовать математические модели.

Умение выполнять вычисления и преобразования является одним из главных умений, характеризующие математическую грамотность ученика. Практически все задания ЕГЭ связаны с вычислениями. И во многих мы встречаем ошибки вычислительного характера. Особенно это касается с участниками с низкими показателями обученности. Например, рекомендуем таких участников учить переводить обыкновенную дробь в десятичную, используя основное свойство дроби и приведения знаменателя к ближайшему круглому числу.

Приведем пример:  $\frac{15}{2} = \frac{15 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{75}{10} = 7,5$  или  $\frac{7}{25} = \frac{7 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{28}{100} = 0,28$ .

Умение строить и исследовать простейшие математические модели проявляется в решении задач с текстовым содержанием: в задачах по теории вероятностей, в текстовых задачах на движение, работу, производительность, в экономических задачах, в заданиях по теории чисел.

В заданиях по теории вероятностей участники хорошо решают задачи базового уровня, где проверяется сформированность понятия «вероятность случайного события» и умения находить вероятность в простейших практических ситуациях. Проблемы у участников экзамена возникают из-за вычислительных ошибок, а у слабо подготовленных участников и из-за отсутствия сформированного понятия «вероятность» и его нахождение

в простейших случаях. Вычислительные ошибки в основном связаны с переводом обыкновенной дроби в десятичную – это касается и многих других заданий ЕГЭ. А вот при решении заданий повышенного уровня начинают проявляться трудности. В задании 2023 года необходимо было знать понятие противоположной вероятности и правила умножения независимых элементарных событий. В связи с введением учебного курса вероятности и статистики в 7-11 классах в условиях обновленного ФГОС нужно уделить внимание более качественному обучению этого предмета.

При решении текстовых задач следует учить составлять математическую модель задачи – уравнения, неравенства, системы, которые исходят из условия и приводят к верному решению. Предлагается вначале рассмотреть простые модели, затем переходить к более сложным. Следует уделять особое внимание развитию навыка понимания условия, умения перевести его на математический язык любой текстовой задачи. Кроме этого, в таких заданиях следует учить получать правдоподобный условию ответ, т.е. умение интерпретировать и оценивать полученный результат.

Задачи по теории чисел будут наиболее успешны при расширении внеурочной деятельности, при работе математических кружков, проведении олимпиад. Нужно хорошо знать теорию делимости чисел, уметь решать логические задачи, нестандартно мыслить, уметь рационально подходить к решению задачи.

Наиболее типичной ошибкой в умении использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни показано в решении экономической задачи. Хотя это связано с усложнением задания, но все же следует обратить внимание на неверное чтение условия задачи. Рекомендуем при решении данных задач разобрать типы экономических задач: кредиты, вклады и задачи на оптимизацию. Важно учить: использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, верно анализировать реальные числовые данные и информацию статистического характера, составлять математическую модель, осуществлять практические расчеты, использовать оценку и прикидку при практических расчетах.

В умении решать уравнения показан в решении уравнений показан в решении уравнений и неравенств повышенного и высокого уровня сложности. Особое внимание следует обратить на использование алгоритма решения неравенств методом интервалов.

В 9 классе следует применять алгоритм решения дробно-рациональных неравенств методом интервалов, затем в 10-11 классах решать обобщенным методом показательные, логарифмические, смешанные неравенства.

Метод интервалов основан на следующем свойстве дробно-рациональной функции. Дробно-рациональная функция может менять знак только в тех точках, в которых она равна нулю или не существует.

Алгоритм решения дробно-рациональных неравенств методом интервалов:

- Привести неравенство к виду, где в левой части этого неравенства – дробно-рациональная функция. В правой – нуль.

$$\frac{P(x)}{Q(x)} \geq 0, \text{ или } \frac{P(x)}{Q(x)} > 0, \text{ или } \frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0, \text{ или } \frac{P(x)}{Q(x)} < 0$$

- Находим нули функции в левой части нашего неравенства (нули числителя и нули знаменателя).

- На числовой прямой расставляем точки, в которых числитель и знаменатель обращаются в нуль. Нули знаменателя всегда являются выколотыми точками, так как в этих точках функция в левой части неравенства не определена (на нуль делить нельзя). Нули числителя закрашены, если неравенство нестрогое и выколотые, если неравенство строгое.

- Определяем знак дробно-рациональной функции в левой части нашего неравенства на каждом из этих промежутков. Выписываем ответ.

Напомним, что дробно-рациональная функция может менять знак только в тех точках, в которых она равна нулю или не существует. Это значит, что на каждом из промежутков между точками, где числитель или знаменатель обращаются в нуль, знак выражения в левой части неравенства будет постоянным — либо "плюс", либо "минус". Для определения знака функции на каждом таком промежутке мы берем любую точку, принадлежащую этому промежутку. Ту, которая нам удобна. Надо быть внимательным и не расставлять знаки механически и бездумно, так как бывают примеры, когда знаки на числовой прямой не чередуются, а повторяются.

Метод интервалов в 10-11 классах при решении показательных, логарифмических, смешанных неравенств основан на следующем обобщенном алгоритме:

- Привести неравенство к виду

$$f(x) > 0 \text{ или } f(x) < 0, \text{ или } f(x) \geq 0, \text{ или } f(x) \leq 0.$$

- Находим область определения функции  $f(x)$ .

- Находим нули функции в области определения  $f(x)$ , решая уравнение  $f(x) = 0$ .

- На числовой прямой изображаем область определения функции и отмечаем на ней нули функции.

- Нули функции разбивают область определения на промежутки. И на каждом промежутке определяем знак функции. Выписываем ответ.

Решение уравнений и неравенств с параметрами высокого уровня следует рассматривать в классах с углубленным изучением математики или на элективных занятиях с более продвинутыми учащимися, проявляющим интерес к таким заданиям. Напомним, что существует два распространенных способа: аналитический и графический (параметрическая плоскость).

В умении исследовать функции по графику, выполнять действия с функциями выделены три типа заданий: чтение графика производной функции, нахождение значения функции в точке по графику функции, исследование функции с помощью производной. Анализ выполнения показал достаточный уровень. Но, при этом, сложности вызывают в решении группами с недостаточной математической подготовкой.

При чтении графика функции или ее производной следует владеть основными понятиями геометрический смысл производной, промежутки возрастания и убывания функции и ее связь с производной функции, точки экстремума и экстремумы функции. У обучающихся, как правило вызывают затруднения, когда дается график производной функции. Поэтому следует приводить примеры функций и ее графиков.

Например, функция  $y = x^2$  и ее график производной  $y = 2x$ .

Предлагаем исследование проводить на основе примерных вопросов:

1. Найдите области определения функций

2. По графику найдите связь между промежутки возрастания и убывания  $y = x^2$  и интервалами знаков постоянства функции  $y = 2x$ .

3. Найдите точку минимума функции  $y = x^2$ . Почему точка минимума  $x=0$  может быть определена по графику производной  $y = 2x$ ?

В умении выполнять действия с геометрическими фигурами на базовом уровне наблюдается улучшение, но в группах с низкими показателями проблема стоит до сих пор недостаточная. Следует обратить особое внимание в преподавании математики на базовую геометрическую подготовку, начиная с 7 класса. При решении планиметрических и стереометрических задач необходимо обратить внимание на владение учащимися прочной теоретической основой и доказательной базой.

Одной из важнейших целей изучения геометрии в школе является развитие геометрических, в том числе пространственных, представлений, геометрической интуиции, умения видеть геометрическую конструкцию и затем умения применять необходимые формулы.

При обучении геометрии целесообразно учить строить правдоподобные чертежи. Для учащихся с недостаточной геометрической подготовкой обратить внимание на задачи на клетчатой бумаге. Практика показала, что именно с этими заданиями успешно решают ученики. Важный раздел планиметрии – соотношения в прямоугольном треугольнике. Без знания как определяется синус, косинус, тангенс, котангенс в прямоугольном треугольнике невозможно решить большинство заданий даже базового уровня. То же касается применения теоремы Пифагора, теоремы синусов и косинусов.

При решении стереометрических заданий может помочь принцип аналогий. Например, теорема Пифагора в прямоугольном треугольнике  $c^2 = a^2 + b^2$  имеет аналогию в стереометрии – квадрат длины диагонали прямоугольного параллелепипеда равна сумме квадратов всех его трех измерений  $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$ .

Если на базовой математике ученик может использовать формулы из планиметрии и стереометрии, то на профильном уровне ученик должен их хорошо знать.

На уроках геометрии нужно больше использовать наглядные представления соотношения объемов стереометрических фигур, например, цилиндров и конусов на практических или лабораторных работах.

Пример решения задачи ЕГЭ 2023: Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объем конуса равен 6. Найдите объем цилиндра.

Предлагаем провести экспериментальную работу на уроке. Если взять макеты в виде цилиндра и конуса, которые имеют общие основание и высоту, налить в цилиндр 3 объема конуса, то можно увидеть, что в цилиндр поместиться примерно 3 объема.

Или можно взять три тела таких конусов и 1 цилиндра из одного материала, затем взвесить на весах, то три конуса и цилиндр уравниваются. Поэтому ответ может быть 18. Конечно, не менее важен точный вывод из формул.

Развитие наглядных представлений позволит не только уверенно решать задачи в экзаменационной работе, но и применять знания в жизненных ситуациях, в профессии.

Решение геометрических заданий повышенного уровня требует высокого уровня не только умения решать такие задания, но и логически верно и последовательно математически описывать решение.

Рекомендуем обратить особое внимание в преподавании математики на

- систематическое выполнение заданий, направленных на развитие базовых математических компетенций, включающих выполнение арифметических действий, простейших алгебраических преобразований;
- решение простейших алгебраических задач, логических задач;
- базовую геометрическую подготовку;
- умение решать практико-ориентированные задачи из реальной математики;
- владение базовыми знаниями элементов теории вероятностей и их применение в решении простейших задач и т.д.

Предлагаем:

- провести серию семинаров по технологиям смешанного, проблемного обучения. Изучить опыт школ, эффективно применяющих данные технологии;
- совершенствовать работу по формированию функциональной и читательской грамотности обучающихся, начиная с 5 класса;
- усилить по профильному направлению работу по обучению решению задач повышенной трудности по всем ключевым разделам курса математики основной и старшей школы. Типичные ошибки участников экзаменов указывают на необходимость формирования у обучающихся умения оформлять логическую последовательность решения задач, в том числе при решении тригонометрических, показательных, логарифмических, иррациональных и комбинированных уравнений и неравенств. Важно научить применять рациональные способы решения сложных уравнений и неравенств; четко использовать алгоритмы и применять различные методы решения уравнения и неравенств, в том числе методом интервалов. При решении планиметрических и стереометрических задач необходимо обратить внимание на владение учащимися прочной теоретической основой и доказательной базой;
- необходимо уделять особое внимание при обучении математике на базовом и профильном уровнях на умение обучающихся составлять математические модели задач, внимательно читать и правильно понимать условие задачи;
- вести планомерную, систематическую работу по ведению кружковых занятий по математике, начиная с 5 класса;
- необходимо организовать в 10-11 классах систематическое повторение разделов алгебры и геометрии за курс 5-9 классов, так как в КИМ ЕГЭ включены задания из курса как основной, так и старшей школы. Для этого можно организовать соответствующие элективные курсы, дополнительные занятия, консультации со школьниками;
- образовательным организациям при подготовке к ЕГЭ шире использовать интернет ресурсы: открытый банк заданий ФИПИ, обучающие платформы Я-Класс, УЧИ.РУ и др.

#### ***Муниципальным органам управления образованием.***

- Нужно организовать анализ результатов ЕГЭ-2023 г. с соотнесением с результатами предыдущих лет (2022, 2021 г.г.) в разрезе муниципального образования, образовательных организаций и принять соответствующие решения по повышению качества обучения.
- Рекомендуется взять на контроль школы, которые показали низкие результаты и принять меры по оказанию методической помощи.

- Организовать участие образовательных организаций, методических объединений, учителей в мероприятиях и курсах повышения квалификации по повышению качества обучения по математике и подготовке к ЕГЭ, проводимые ИРО и ПК;

- Совершенствовать работу районных и школьных методических объединений;

- Усилить в образовательных организациях профориентационную работу, вести качественную разъяснительную работу при выборе учащимися уровня сдачи ЕГЭ по математике (профильный или базовый).

***Прочие рекомендации.***

Уделить особое внимание организационной и психологической подготовке обучающихся к экзамену.

**1.2. ...по организации дифференцированного обучения школьников с разными уровнями предметной подготовки**

***Учителям, методическим объединениям учителей.***

Для организации дифференцированного обучения разных групп обучающихся по группам разных уровней подготовки следует обратить внимание на уровень сформированности предметных и метапредметных умений.

Группы участников экзамена	Описание уровня подготовки отдельных групп участников экзамена	Работа по устранению дефицитов образовательных результатов
Группа 1 Тестовый балл 0–27	Минимальный уровень подготовки. Участники группы 1, как правило, ограничиваются решением 10 – 12 заданий с кратким ответом и не приступают к задачам, требующим развернутых ответов. В большинстве своем это школьники, слабо мотивированные к изучению математики. Ученики допускают много простых вычислительных ошибок, не владеют действиями с положительными и отрицательными числами, имеют большие пробелы материала основной школы.	Администрациям школ, учителям, совместно с родителями, нужно вовремя ориентировать слабо подготовленных обучающихся 10–11 классов на базовый экзамен по математике. Важнейшее направление учебной работы – формирование устойчивых вычислительных навыков, в том числе при решении задач практико-ориентированной направленности.
Группа 2 Тестовый балл 34–52	Удовлетворительный уровень подготовки. Эту группу можно характеризовать, как тех, кто освоил базовый курс, но не приобрёл устойчивых навыков, что не позволяет им продолжать образование по технической	При работе с такими обучающимися учителю следует обратить внимание на отработку стандартных навыков решения тригонометрических уравнений, типовых задач на нахождение площадей, углов и т.п.

Группы участников экзамена	Описание уровня подготовки отдельных групп участников экзамена	Работа по устранению дефицитов образовательных результатов
	<p>специальности. В отличие от группы 1, группа 2 участников пытаются решить задания второй части. Наличие вычислительных навыков позволяет им относительно успешно справиться с заданиями базового уровня.</p>	<p>Повторение теоретического материала разделов школьной математике по составленному с помощью учителя плану или алгоритму.</p> <p>Закрепление теоретического материала по типам заданий КИМ базового уровня. Постепенное усложнение уровня заданий от базового до повышенного и сложного.</p> <p>Нужно вести системную работу над ошибками с их анализом.</p>
<p>Группа 3 Тестовый балл 58–68</p>	<p>Хороший уровень подготовки. Участники успешно освоившие базовый курс математики и способные обучаться на технических специальностях большинства вузов, не предъявляющих очень высоких требований к математическим знаниям студенческого контингента. Эта группа участников выполняют первой части и возможно имеют некоторые баллы при решении 12, 14, 15, 18а, как правило, с небольшим количеством ошибок вычислительного характера.</p>	<p>Работа над допускаемыми ошибками.</p> <p>Использовать больше заданий с развернутым ответом повышенного уровня.</p>
<p>Группа 4 Тестовый балл 70–86</p>	<p>Очень хороший уровень подготовки. Это выпускники, имеющие достаточный уровень математической подготовки для продолжения образования по большинству специальностей, требующих повышенной и высокой математической компетентности. Эта группа – успешные конкуренты абитуриентам из группы 3 при поступлении в вузы.</p>	<p>Обучающиеся с повышенным уровнем подготовки нередко на экзамене испытывают существенный дефицит времени. Выработка рациональных способов решения задач, позволяет сократить время на решение заданий. Учителям целесообразно больше работать над уверенным решением задач 12, 14, 15, 18а. Научиться различным прием решения геометрических задач</p>

Группы участников экзамена	Описание уровня подготовки отдельных групп участников экзамена	Работа по устранению дефицитов образовательных результатов
		повышенного уровня, а также задач с параметрами.
Группа 5 Тестовый балл 88-100	Отличный уровень подготовки. Это выпускники, имеющие уровень подготовки, достаточный для продолжения обучения с самыми высокими требованиями к математической подготовке на технических и на фундаментальных естественнонаучных и математических специальностях вузов. Но даже в этой, наиболее подготовленной, группе по-прежнему требуется внимание повышению качества продвинутой геометрической подготовки.	Важная «зона роста» качества математических знаний обучающихся с высоким уровнем подготовки – геометрия. Необходимо повышать роль заданий по наглядной геометрии в 5-6 классах, делать акцент на развитие геометрической интуиции в 7-9 классах. Также заметный резерв роста имеет и логическое задание 18. Это особенно важно с учетом того, что заметное количество школьников с высоким уровнем математической подготовки активно участвуют в олимпиадах, а также планируют поступать на IT специальности.

При выстраивании индивидуальных программ подготовки обучающихся важным моментом является мониторинг динамики достижения образовательных результатов по форме:

№	ФИО обучающегося	Месяц										Выходной контроль
		Входной контроль	Сентябрь			Текущий контроль 1	...	Текущий контроль 2	Май			
			Тема 1	Тема 2	Тема 3				Тема...	Тема...	Тема...	
	...											

Ведение такой формы мониторинга позволяет:

Учителю: контролировать за динамикой достижения образовательных результатов с целью выявления и коррекции дефицитов и уровня освоения содержательных блоков КИМ.

Обучающему: контролировать уровень своего прогресса, планировать и оценивать свою деятельность, мотивирует на повышение познавательной активности.



Предлагаем:

- Усилить работу со школьниками, показывающими стабильно низкие результаты. Для этого во всех школах республики нужно проводить текущие мониторинговые мероприятия, участвовать в тренировочных диагностических работах. По выявлению данной категории обучающихся проводить персонифицированную работу. На методических объединениях школ вести планомерную работу по улучшению качества обучения и подготовки к итоговой аттестации.

- Продолжить в республике работу проекта «Методика адресной помощи ШНОР (школы с низкими образовательными результатами)», в том числе проведение онлайн консультаций как для учителей, так и для обучающихся (2 раза в месяц).

- На региональном уровне по итогам ОГЭ и ЕГЭ, тренировочных экзаменов организовать работу с учителями, школами, показывающими как высокие, так и низкие результаты. Школам с высокими результатами организовать диссеминацию опыта, привлекать лучших учителей к курсам повышения квалификации, консультациям, в том числе в дистанционной форме. Для школ с низкими результатами проводить плановые выезды и консультации, курсы повышения квалификации, семинары.

- Участвовать системно 2 раза в месяц в онлайн консультациях для школьников и учителей по решению задач повышенной трудности, которые проводит ИРОиПК.

- Активно привлекать сильных обучающихся к участию в олимпиадах, таких как «Турнир Ломоносова», «Высшая проба», республиканская дистанционная олимпиада, СВОШ (олимпиада СВФУ) и др.

#### ***Администрациям образовательных организаций:***

- На уровне школ провести серию семинаров по распространению опыта ведущих учителей по технологиям ведения современного урока.

- Способствовать участию учащихся в конкурсах, перечневых олимпиадах, проектах ИРОиПК, МАН, образовательного центра Сириус при работе учителей с одаренными учащимися.

- Улучшить профориентационную работу в образовательных организациях при выборе учащимся уровня сдачи ЕГЭ (профиль или база).

- Совершенствовать работу с руководителями школьных методических объединений.

- Содействовать трансляции лучших практик учителей.

#### ***Муниципальным органам управления образованием.***

- Провести на уровне района сетевую работу по организации дифференцированного обучения школьников с разными уровнями предметной подготовки.

- Рекомендуется взять на контроль школы, которые показали низкие результаты и провести для них методическую помощь в течение всего года.

- Систематизировать работу по оценке качества образования в районах.

- Содействовать школам участвовать во всех мероприятиях и курсах повышения квалификации ИРОиПК по организации дифференцированного обучения школьников с разными уровнями предметной подготовки.

- Совершенствовать работу с руководителями районных методических объединений.
- Содействовать в трансляции лучших практик учителей района на республику.

#### ***Прочие рекомендации.***

Уделить особое внимание организационной и психологической подготовке обучающихся к экзамену.

### **1.3. Рекомендации по темам для обсуждения / обмена опытом на методических объединениях учителей-предметников**

По результатам ЕГЭ 2023 года рекомендуем следующие темы для обсуждения и обмена опытом на уровне школьных, районных, методических объединений учителей математики:

1. Современный урок математики в условиях ФГОС;
2. Из опыта эффективной подготовки к ЕГЭ;
3. Из опыта формирования функциональной грамотности на уроках математики при подготовке к итоговой аттестации;
4. Методические особенности работы по организации дифференцированного обучения школьников с разными уровнями математической подготовки;
5. Практикумы по решению задач повышенной трудности;
6. Методика решения текстовых задач;
7. Применение производной при исследовании функции;
8. Планиметрические задачи повышенного уровня;
9. Стереометрические задачи повышенного уровня;
10. Уравнения и неравенства с параметрами;
11. Задачи повышенного уровня по теории вероятностей;
12. Метод интервалов при решении неравенств повышенного уровня;
13. Задачи по теории чисел.

### **1.4. Рекомендации по возможным направлениям повышения квалификации работников образования для включения в региональную дорожную карту по развитию региональной системы образования**

1. Для учителей школ с низкими показателями провести курсы повышения квалификации «Практикум по решению задач ЕГЭ (базовый и профильный уровень)», «Актуальные проблемы школьного математического образования».
2. Для учителей школ с высокими показателями провести курсы повышения квалификации «Практикум по решению задач ЕГЭ (повышенный и высокий уровни)».
3. Провести для всех учителей математики курсы повышения квалификации «Реализация требований обновленного ФГОС ООО, ФГОС СОО в работе учителя (математика)»; «Мониторинг результатов ОГЭ, ЕГЭ»; «Развитие функциональной грамотности школьников»; «Математическая и финансовая грамотность в школьном курсе математики»; «Современные образовательные технологии на уроках математики как средство повышения качества математического образования».

4. Рекомендуем усилить работу методических объединений учителей математики районов, взяв под контроль проблемные школы для оказания методической помощи и проведения обмена опытом.
5. В программы курсов повышения квалификации включить отдельные модули: «Современные технологии обучения», «Современный урок математики», «Опыт работы с обучающимися с низкой успеваемостью», «Методы решения задач повышенного и высокого уровня», «Геометрические задачи повышенного уровня», «Теория вероятностей. Базовый и профильный уровни».
6. Предлагаем провести серию вебинаров с разработчиками заданий ЕГЭ, авторами учебников в аспекте эффективной подготовки к итоговой аттестации.

**РЕКОМЕНДАЦИИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ОБРАЗОВАНИЯ  
РЕСПУБЛИКИ САХА (ЯКУТИЯ)  
Математика базового уровня**

**1. Рекомендации по совершенствованию организации и методики преподавания математики базового уровня в Республике Саха (Якутия) на основе выявленных типичных затруднений и ошибок**

**1.1. ...по совершенствованию преподавания учебного предмета всем обучающимся**

**Учителям, методическим объединениям учителей.**

- В учебном процессе необходимо реализовывать деятельностный подход в преподавании математики, предполагающий предъявление материала не только в знаниевой, но и в деятельностной форме, целенаправленно развивать универсальные учебные действия учащихся в соответствии с требованиями стандарта образования.

- При подготовке к итоговой аттестации необходимо опираться на следующие содержательные разделы курса математики: Алгебра, Уравнения и неравенства, Функции, Начала математического анализа, Геометрия, Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей.

- При отборе материала уроков опираться на комплекс умений по предмету: использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни; выполнять вычисления и преобразования; решать уравнения и неравенства; выполнять действия с функциями; выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами; строить и исследовать математические модели.

Умение выполнять вычисления и преобразования является одним из главных умений, характеризующие математическую грамотность ученика. Практически все задания базового ЕГЭ связаны с вычислениями и преобразованиями, в частности при решении текстовой задачи на расчет, на нахождение значения числового выражения с рациональными числами, на нахождение значения выражения, содержащего степени и при составление числа, удовлетворяющее условиям.

И во многих мы встречаем ошибки вычислительного характера. Особенно это касается с участниками с низкими показателями обученности. Например, рекомендуем таких участников учить переводить обыкновенную дробь в десятичную, используя основное свойство дроби и приведения знаменателя к ближайшему круглому числу.

Приведем пример:  $\frac{15}{2} = \frac{15 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{75}{10} = 7,5$  или  $\frac{7}{25} = \frac{7 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{28}{100} = 0,28$ .

Вплоть до 11 класса часть выпускников путают формулы сокращенного умножения.

Заметная часть школьников испытывает трудности в выделении целого основания степени, если эта степень не является квадратом. Например, им легче представить 64 в виде  $8^2$ , чем в виде  $4^3$ . Рекомендуется включать преобразования степеней и выделение оснований в устный счёт в начале урока. Устный счёт является важнейшей частью математического образования, причем не только на уроке, но и во внеурочных и даже внешкольных формах. Навыки устного счёта также развивают чувство числа, помогают увидеть путь решения задачи, провести прикидку и оценку результатов вычисления. При этом на экзамене устные вычисления следует обязательно подкреплять проверкой на черновике.

Так как на базовом уровне используется справочник, надо учить выпускников пользоваться им в течение всего года, чтобы они встретились с ним не только на экзамене.

Умение решать уравнения и неравенства показало пробелы в обучении. Многие выпускники по алгоритму умеют решать полные квадратные уравнения, а неполные решают хуже, особенно уравнения вида  $ax^2 + bx = 0$ . Рекомендуем при повторении курса алгебры на это уделить серьезное внимание. Часть выпускников базового уровня не приступают к данным заданиям, когда видят показательные и логарифмические неравенства, на что необходимо уделить внимание, т.е. обучать решению типовых базовых неравенств.

Особое внимание следует обратить на использование алгоритма решения простейших неравенств, в том числе методом интервалов.

В 9 классе следует применять алгоритм решения дробно-рациональных неравенств методом интервалов, а в 10-11 классах на базовом уровне уделить внимание на решение показательных, логарифмических неравенств на основании свойств функций.

Метод интервалов основан на следующем свойстве дробно-рациональной функции. Дробно-рациональная функция может менять знак только в тех точках, в которых она равна нулю или не существует.

Алгоритм решения дробно-рациональных неравенств методом интервалов:

- Привести неравенство к виду, где в левой части этого неравенства – дробно-рациональная функция.

- Найдём нули функции в левой части нашего неравенства (нули числителя и нули знаменателя).

- На числовой прямой расставляем точки, в которых числитель и знаменатель обращаются в нуль. Нули знаменателя всегда являются выколотыми точками, так как в этих точках функция в левой части неравенства не определена (на нуль делить нельзя). Нули числителя закрашены, если неравенство нестрогое и выколотые, если неравенство строгое.

- Определяем знак дробно-рациональной функции в левой части нашего неравенства на каждом из этих промежутков. Выписываем ответ.

Напомним, что дробно-рациональная функция может менять знак только в тех точках, в которых она равна нулю или не существует. Это значит, что на каждом из промежутков между точками, где числитель или знаменатель обращаются в нуль, знак выражения в левой части неравенства будет постоянным — либо "плюс", либо "минус". Для определения знака функции на каждом таком промежутке мы берём любую точку, принадлежащую этому промежутку. Ту, которая нам удобна. Надо быть внимательным и не расставлять знаки механически и бездумно, так как бывают примеры, когда знаки на числовой прямой не чередуются, а повторяются.

А при решении показательного неравенства  $2^{-x} > 2$  или  $2^{-x} > 2^1$  видим, что функция  $y = 2^x$  возрастающая и получаем  $-x > 1$  или  $x < -1$ .

В умении исследовать функции по графику, выполнять действия с функциями необходимо чтение графика производной функции (задание на соответствие) Анализ выполнения показал достаточный уровень. Но, при этом, сложности вызывают в решении группами с недостаточной математической подготовкой. При чтении графика функции или ее производной следует владеть основными понятиями геометрический смысл

производной, промежутки возрастания и убывания функции и ее связь с производной функции, точки экстремума и экстремумы функции.

В умении выполнять действия с геометрическими фигурами на базовом уровне наблюдается улучшение, но в группах с низкими показателями проблема стоит до сих пор недостаточная. Следует обратить особое внимание в преподавании математики на базовую геометрическую подготовку, начиная с 7 класса. При решении планиметрических и стереометрических задач необходимо обратить внимание на владение учащимися прочной теоретической основой.

Одной из важнейших целей изучения геометрии в школе является развитие геометрических, в том числе пространственных, представлений, геометрической интуиции, умения видеть геометрическую конструкцию и затем умения применять необходимые формулы.

При обучении геометрии целесообразно учить строить правдоподобные чертежи. Для учащихся с недостаточной геометрической подготовкой обратить внимание на задачи на клетчатой бумаге. Практика показала, что именно с этими заданиями успешно решают ученики. Важный раздел планиметрии – соотношения в прямоугольном треугольнике. Без знания как определяется синус, косинус, тангенс, котангенс в прямоугольном треугольнике невозможно решить большинство заданий даже базового уровня. То же касается применения теоремы Пифагора, теоремы синусов и косинусов.

На базовой математике ученик должен научиться грамотно использовать справочник с геометрическим материалом в течение всего года.

На уроках геометрии нужно больше использовать наглядные представления соотношения объемов стереометрических фигур.

Развитие наглядных представлений позволит не только уверенно решать задачи в экзаменационной работе, но и применять знания в жизненных ситуациях, в профессии.

Умение строить и исследовать простейшие математические модели проявляется в решении задач с текстовым содержанием: в задачах по теории вероятностей, в задачах на выбор оптимального варианта на основе данных таблицы, на выбор верного логического утверждения, текстовых задачах на работу, движение сплавы и смеси, производительность, в решении логической задачи.

В заданиях по теории вероятностей участники хорошо решают задачи базового уровня, где проверяется сформированность понятия «вероятность случайного события» и умения находить вероятность в простейших практических ситуациях. В связи с введением учебного курса вероятности и статистики в 7-11 классах в условиях обновленного ФГОС нужно уделить внимание более качественному обучению этого предмета.

При решении текстовых задач следует учить составлять математическую модель задачи – уравнения, неравенства, системы, которые исходят из условия и приводят к верному решению. Предлагается вначале рассмотреть простые модели, затем переходить к более сложным. Следует уделять особое внимание развитию навыка понимания условия, умения перевести его на математический язык любой текстовой задачи. Кроме этого, в таких заданиях следует учить получать правдоподобный условию ответ, т.е. умение интерпретировать и оценивать полученный результат.

Логические задачи наиболее успешны при расширении внеурочной деятельности, при работе математических кружков, проведении олимпиад. Важное значение в этом имеет

мотивация школьников. Нужно хорошо знать признаки делимости чисел, учиться решать логические, нестандартные задачи, нестандартно мыслить, уметь рационально подходить к решению задачи.

Умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, показанные при решении всех этих задач, можно считать успешно усвоенными. Но особенно эти задания актуальны в группах с низкими показателями. Одной из самых типичных ошибок на экзамене является неверно прочитанное условие задачи. Следует уделять особое внимание развитию навыка понимания условия, умения перевести его на математический язык задач на практическую задачу на установление соответствия, чтение диаграмм. Кроме этого, более внимательно необходимо уделить внимание на задачи с физическим содержанием, где важная часть сводится к решению простейших линейных уравнений. А при решении текстовых задач уделить внимание на алгоритм решения типовых задач.

Предлагается:

-Реализовывать деятельностный подход в преподавании математики, предполагающий предъявление материала не только в знаниевой, но и в деятельностной форме, целенаправленно развивать универсальные учебные действия учащихся в соответствии с требованиями стандарта образования.

-Провести серию семинаров по технологиям смешанного, проблемного обучения на основе опыта школ республики, эффективно применяющих данные технологии.

-Обратить особое внимание в преподавании математики на систематическое выполнение заданий, направленных на развитие базовых математических компетенций, включающих выполнение арифметических действий, простейших алгебраических преобразований; решение простейших алгебраических задач, текстовых, логических задач; базовую геометрическую подготовку; умению решать практико-ориентированные задачи из реальной математики; владение базовыми знаниями элементов теории вероятностей и применять их в решении простейших задач и т.д.

-Расширить работу по формированию функциональной и читательской грамотности обучающихся, начиная с 5 класса.

-Усилить по профильному направлению работу по обучению решению задач повышенной трудности по всем ключевым разделам курса математики основной и старшей школы. Исходя из типичных ошибок обучающихся, обратить внимание на оформление логической последовательности решения задач, в том числе при решении тригонометрических, показательных, логарифмических, иррациональных и комбинированных уравнений и неравенств. Важно научить применять рациональные способы решения сложных уравнений и неравенств; четко использовать алгоритмы и применять различные методы решения уравнения и неравенств, в том числе методом интервалов. При решении планиметрических и стереометрических задач необходимо обратить внимание на владение учениками прочных теоретических основ и доказательной базой.

-Необходимо уделять особое внимание при обучении математике на базовом и профильном уровнях на умение обучающихся составлять математические модели задач, правильно читать и понимать условия задач.

-Вести планомерную, систематическую работу по ведению кружковых занятий по математике, начиная с 5 класса.

-Необходимо организовать в 10-11 классах систематическое повторение разделов алгебры и геометрии 5-9 классов, так как в КИМ ЕГЭ включены задания из курса как основной, так и старшей школы. Для этого можно организовать соответствующие элективные курсы, дополнительные занятия, консультации со школьниками.

Образовательным организациям при подготовке к ЕГЭ шире использовать интернет ресурсы: открытый банк заданий ФИПИ, обучающие платформы Я-Класс, УЧИ.РУ и др.

#### ***Муниципальным органам управления образованием.***

-Рекомендуется взять на контроль школы, которые показали низкие результаты и провести для них методическую помощь в течение всего года;

-Систематизировать работы по оценке качества образования в районах;

-Участвовать во всех мероприятиях и курсах повышения квалификации по повышению качества преподавания, выполнения ОГЭ, ЕГЭ в течение года, проводимых ИРОиПК;

-Совершенствовать работу с руководителями районных и школьных методических объединений;

-Улучшить профориентационную работу в образовательных организациях при выборе учащимся уровня сдачи ЕГЭ (профиль или база).

#### ***Прочие рекомендации.***

Уделить особое внимание организационной и психологической подготовке обучающихся к экзамену.

### **1.2. ...по организации дифференцированного обучения школьников с разными уровнями предметной подготовки**

#### ***Учителям, методическим объединениям учителей.***

Для организации дифференцированного обучения разных групп обучающихся по группам разных уровней подготовки следует обратить внимание на уровень сформированности предметных и метапредметных умений.

Группы участников экзамена	Описание уровня подготовки отдельных групп участников экзамена	Работа по устранению дефицитов образовательных результатов
Группа 1 Первичный балл 0–6	Участники с наиболее низким уровнем математической подготовки, не обладающих приемлемыми навыками счёта и чтения.	Развитие устойчивых навыков бытового счёта, умения находить часть от числа и число по его части, решать простейшие уравнения, практико-ориентированные задачи. Необходимо своевременно (не позднее чем в начале учебного года) выявлять



Группы участников экзамена	Описание уровня подготовки отдельных групп участников экзамена	Работа по устранению дефицитов образовательных результатов
		учеников, потенциально входящих в такую группу, и организовывать индивидуализированную подготовку, в том числе по ликвидации пробелов начальной и основной школы.
Группа 2 Первичный балл 7-10	Участники с низким уровнем математической подготовки. Они, как правило, выполняют задания, требующие прямого подсчета, но ошибаются в задачах на проценты. За задания, требующие знания элементов содержания 10 – 11 класса, часто не берутся. Недостаточная отработка вычислительных навыков и невнимательность в чтении условия – основная проблема этой группы участников.	Следует добиваться отработки уже имеющихся навыков, прежде чем браться за более сложные умения или новые объекты. С другой стороны, важно обратить внимание на решение типовых задач по геометрии, не отказываться от изучения геометрии ради алгебры. Но вместо рассмотрения теорем и решения абстрактных задач лучше сосредоточиться на простых практико-ориентированных задачах, в которых фигурирует объем цилиндра, наглядное деление фигуры на две части, видимое подобие, используются простые планы и чертежи на клетчатой бумаге.
Группа 3 Первичный балл 11-13	Группа 3 имеет базовые математические знания, нужные в бытовых расчетах, жизненных ситуациях. Слабое выполнение последних заданий КИМ, требующих логических построений, знания функций, изученных в старших классах, компенсируется устойчивыми вычислительными навыками и решением базовых текстовых задач. Недостаточная отработка вычислительных навыков и невнимательность в чтении условия.	Повторить все рекомендации, актуальные для группы 2, отметим, что здесь учитель может опираться на имеющиеся вычислительные навыки, следовательно, нужно давать больше задач на оценку и прикидку, на сопоставление результата со здравым смыслом и жизненным опытом при решении не только практикоориентированных, но и типовых задач школьной

Группы участников экзамена	Описание уровня подготовки отдельных групп участников экзамена	Работа по устранению дефицитов образовательных результатов
	Дефицит опыта в преобразовании логарифмов, корней и степеней.	геометрии и алгебры. Целесообразно чаще включать несложные преобразования функций в тренировочные материалы с целью выработать навык с помощью многократного повторения.
Группа 4 Первичный балл 14-22	Наиболее подготовленные участники базового экзамена. Часть из них может претендовать на средний или даже высокий балл на профильном экзамене. Их выбор базового экзамена в основном осознанный – они планируют продолжение образования в областях, не связанных с математикой. Однако не исключено, что некоторая часть этой группы состоит из участников, которые выбрали базовый экзамен либо по собственной ошибке, либо будучи неверно сориентированными.	Учителю важно понимать, насколько разумен выбор базового экзамена для потенциально сильного ученика.

При выстраивании индивидуальных программ подготовки обучающихся важным моментом является мониторинг динамики достижения образовательных результатов по форме:

№	ФИО обучающегося	Месяц										
		Входной контроль	Сентябрь			Текущий контроль 1	...	Текущий контроль 2	Май			Выходной контроль
			Тема 1	Тема 2	Тема 3				Тема...	Тема...	Тема...	
...												

Ведение такой формы мониторинга позволяет:

Учителю: контролировать за динамикой достижения образовательных результатов с целью выявления и коррекции дефицитов и уровня освоения содержательных блоков КИМ.

Обучающему: контролировать уровень своего прогресса, планировать и оценивать свою деятельность, мотивирует на повышение познавательной активности.

Предлагаем:

-Усилить работу со школьниками, показывающими стабильно низкие результаты. Для этого во всех школах республики нужно проводить текущие мониторинговые мероприятия, участвовать в тренировочных диагностических работах. По выявлению данной категории обучающихся проводить персонифицированную работу. На методических объединениях школ вести планомерную работу по улучшению качества обучения и подготовки к итоговой аттестации.

-Продолжить в республике работу проекта «Методика адресной помощи ШНОР (школы с низкими образовательными результатами)», в том числе проведение онлайн консультаций как для учителей, так и для обучающихся (2 раза в месяц).

-На региональном уровне по итогам ОГЭ и ЕГЭ, тренировочных экзаменов организовать работу с учителями, школами, показывающими как высокие, так и низкие результаты. Школам с высокими результатами организовать диссеминацию опыта, привлекать лучших учителей к курсам повышения квалификации, консультациям, в том числе в дистанционной форме. Для школ с низкими результатами проводить плановые выезды и консультации, курсы повышения квалификации, семинары.

-Участвовать системно 2 раза в месяц в онлайн консультациях для школьников и учителей по решению задач повышенной трудности, которые проводит ИРОиПК.

-Активно привлекать сильных обучающихся к участию в олимпиадах, таких как «Турнир Ломоносова», «Высшая проба», республиканская дистанционная олимпиада, СВОШ (олимпиада СВФУ) и др.

#### ***Администрациям образовательных организаций:***

- На уровне школ провести серию семинаров по распространению опыта ведущих учителей по технологиям ведения современного урока.

- Способствовать участию учащихся в конкурсах, перечневых олимпиадах, проектах ИРОиПК, МАН, образовательного центра Сириус при работе учителей с одаренными учащимися.

- Улучшить профориентационную работу в образовательных организациях при выборе учащимся уровня сдачи ЕГЭ (профиль или база).

- Совершенствовать работу с руководителями школьных методических объединений.

- Содействовать трансляции лучших практик учителей.

#### ***Муниципальным органам управления образованием.***

- Провести на уровне района сетевую работу по организации дифференцированного обучения школьников с разными уровнями предметной подготовки.

- Рекомендуются взять на контроль школы, которые показали низкие результаты и провести для них методическую помощь в течение всего года.

- Систематизировать работу по оценке качества образования в районах.

- Содействовать школам участвовать во всех мероприятиях и курсах повышения квалификации ИРОиПК по организации дифференцированного обучения школьников с разными уровнями предметной подготовки.

- Совершенствовать работу с руководителями районных методических объединений.

- Содействовать в трансляции лучших практик учителей района на республику.

### ***Прочие рекомендации.***

Уделить особое внимание организационной и психологической подготовке обучающихся к экзамену.

### **1.3. Рекомендации по темам для обсуждения/обмена опытом на методических объединениях учителей-предметников**

По результатам ЕГЭ 2023 года рекомендуем следующие темы для обсуждения и обмена опытом на уровне школьных, районных, методических объединений учителей математики:

1. Современный урок математики в условиях ФГОС;
2. Из опыта эффективной подготовки к ЕГЭ;
3. Из опыта формирования функциональной грамотности на уроках математики при подготовке к итоговой аттестации;
4. Методические особенности работы по организации дифференцированного обучения школьников с разными уровнями математической подготовки;
5. Практикумы по решению задач повышенной трудности;
6. Методика решения текстовых задач;
7. Применение производной при исследовании функции;
8. Планиметрические задачи повышенного уровня;
9. Стереометрические задачи повышенного уровня;
10. Уравнения и неравенства с параметрами;
11. Задачи повышенного уровня по теории вероятностей;
12. Метод интервалов при решении неравенств повышенного уровня;
13. Задачи по теории чисел.

### **1.4. Рекомендации по возможным направлениям повышения квалификации работников образования для включения в региональную дорожную карту по развитию региональной системы образования**

Для школ с низкими показателями провести курсы повышения квалификации «Практикум по решению задач ЕГЭ (базовый и профильный уровень)», «Актуальные проблемы школьного математического образования»

Для школ с высокими показателями провести курсы повышения квалификации «Практикум по решению задач ЕГЭ (повышенный и высокий уровни)». К проведению курсов привлекать экспертов предметной комиссии для ознакомления с критериями оценивания работ участников ЕГЭ.

Провести для всех учителей математики курсы ПК «Реализация требований обновленного ФГОС ООО, ФГОС СОО в работе учителя (математика)»; Мониторинг результатов ОГЭ, ЕГЭ; Развитие функциональной грамотности школьников; Математическая и финансовая грамотность в школьном курсе математики; Современные образовательные технологии на уроках математики как средство повышения качества математического образования;

Рекомендуем усилить работу методических объединений учителей математики районов, взяв под контроль проблемные школы, для оказания методической помощи и проведения обмена опытом по эффективной подготовке к ЕГЭ.

В программы курсов повышения квалификации включить отдельные модули: «Современные технологии обучения», «Современный урок математики», «Опыт работы с обучающимися с низкой успеваемостью», «Методы решения задач повышенного и высокого уровня», «Геометрические задачи повышенного уровня», «Теория вероятностей. Базовый и профильный уровни»

Предлагаем провести серию вебинаров с разработчиками заданий ЕГЭ, авторами учебников в аспекте эффективной подготовки к итоговой аттестации.